

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys II

Övning 2

1. Vi antar att $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ är begränsad. Vi antar att $a < c < d < b$. Visa att $\inf\{f(x) \mid c \leq x \leq d\} \geq \inf\{f(x) \mid a \leq x \leq b\}$.

2. Vi undersöker funktionen $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ där $f(x) = e^{x^7}$. Ge ett exempel på en delning D , för vilken $S_D - s_D < 10^{-100}$. Tips: undersök delningar med jämna intervall. Se även exempel 2.8 i kompendiet.

3. Utred med hjälp av definitionen av Riemannintegralen

$$\int_0^1 e^x dx.$$

Tips: Använd delningar med jämna intervall. Tillämpa summaformeln för geometriska följder. Notera att

$$\frac{1 - e^{\frac{1}{n}}}{\frac{1}{n}} \rightarrow -1$$

när $n \rightarrow \infty$ (eftersom vi har att göra med en differenskvot).

4. Beräkna

$$\int_1^3 x^2 e^{x^3} dx$$

genom att hitta en primitiv funktion till $x^2 e^{x^3}$ och tillämpa Sats 5.11.

5. Beräkna med substitutionen $t = x^3$

(a) $\int_1^3 x^2 e^{x^3} dx$

(b) $\int_{\sqrt[3]{\frac{\pi}{4}}}^{\sqrt[3]{\frac{\pi}{3}}} x^2 \sin(x^3) dx.$

6. Beräkna

$$\int_0^{\pi/3} e^x \sin x dx.$$

Tips: Genom att applicera partiell integrering två gånger kan du få en ekvation ur vilken du kan lösa ut den sökta integralen.