

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Stokastiset prosessit

Harjoitus 4

06.06.2008

1. Tarkastellaan Markovin ketjua, jonka tilajoukkona on $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ja siirtymätodennäköisyysmatriisi on

$$P = \begin{pmatrix} 1 & & & & & & \\ \frac{1}{3} & & & & & & \frac{2}{3} \\ & & & & & & \\ & & & \frac{3}{4} & & & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{5} & \frac{3}{5} & & \frac{1}{5} & & & \\ & & & \frac{1}{2} & & \frac{1}{2} & \\ \frac{2}{3} & & & & & & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

a) Hae ei-triviaalit absorptiojoukot.

b) Määrää kuhunkin absorptiojoukkoon keskittynyt tasapainojakauma

2. Jatkoa Harjoitus 1:n tehtävään 1. Näytä, että tehtävän määräämä MK on kääntyvä ja määrää sen tasapainojakauma.

3. Jatkoa Harjoitus 1:n tehtävään 5. Oletetaan Harjoitus 1:n tehtävän 5. sademalli.

a) Määrää mallin tasapainojakauma.

b) Kuinka paljon sadepäiviä keskimäärin on välillä $[0, n]$, kun n on suuri?

4. Viime harjoitusten tehtävä 5 (jonka siirsimme tähän).

5. Mallinnustehtävä: Varastoa täytetään joka aamu kahdella yksiköllä. Kunakin päivänä varastosta myydään tavaraa ulos suoraan päivän kokonaiskysynnän Z_n mukaan, paitsi jos varastossa ei ole riittävästi vastaamaan kysyntää. Tällöin varasto myydään tyhjäksi ja ylimenevän osan myynnit menetetään. Oletetaan, että kysyntäsatunnaismuuttujat $Z_n \sim \text{Geom}(a)$ ja ovat riippumattomia.

- a) Mallinna MK X_n = "varaston koko päivän n illalla" määrämällä tilajoukko S ja siirtymätodennäköisyydet.
- b) Selvitä onko (X_n) kääntyvä.
- c) Määrää tasapainojakauma.