

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi I

Ohjaus 9

17. 11. 2008 alkavalle viikolle

Muista, että omat kysymykset ovat edelleenkin ohjauksissa tärkeintä pohdittavaa. Ja että kaikkea saa kysyä!

1. Oletetaan, että funktiot f ja g ovat derivoituvia kohdassa x . Tällöin karakterisointilauseen nojalla on

$$f(x+h) = f(x) + f'(x)h + h\varepsilon_1(h)$$

ja

$$g(x+h) = g(x) + g'(x)h + h\varepsilon_2(h),$$

missä $\varepsilon_1(h) \rightarrow 0$ ja $\varepsilon_2(h) \rightarrow 0$ kun $h \rightarrow 0$. Muokkaa tuloa

$$(f(x) + f'(x)h + h\varepsilon_1(h))(g(x) + g'(x)h + h\varepsilon_2(h))$$

ja päätele sekä tulon fg derivoituvuus kohdassa x että tulon derivointisääntö.

2. Oletetaan, että funktio f on jatkuva välillä $[1, 3]$ ja derivoituva välillä $]1, 3[$. Oletetaan lisäksi, että kaikilla $x \in]1, 3[$ pätee $1 \leq f'(x) \leq 2$. Mitä tiedetään arvosta $f(3)$, jos $f(1) = 0$? Miten voit perustella tuloksesi kurssilla tähän mennessä olleiden tietojen nojalla?

3. Oletetaan, että funktio f on jatkuva välillä $[1, 3]$ ja derivoituva välillä $]1, 3[$. Oletetaan lisäksi, että kaikilla $x \in]1, 3[$ pätee $1 \leq f'(x) \leq 2$. Mitä tiedetään arvosta $f(1)$, jos $f(3) = 0$? Miten voit perustella tuloksesi kurssilla tähän mennessä olleiden tietojen nojalla?

4. Oletetaan, että $|x-3| < 10^{-100}$. Arvioi väliarvolauseen avulla itseisarvoa $|x^2 + x - 12|$. Kannattaa huomata, että $3^2 + 3 = 12$.