

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS  
Analyysi I

Ohjaus ensimmäiseen kurssikokeeseen harjoittelemiseksi  
13. 10. 2008 alkavalla viikolla

1. Selvitä

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^3 + 3}{(n+1)(n^2+1)} + \frac{2n+3}{4n^2+5} \right).$$

Perustelu! Tehtävässä saa käyttää kurssin lauseita sekä tietoja vakiojonon ja jonon  $(\frac{1}{n})$  raja-arvoista.

2. Todista lukujonon raja-arvon määritelmän avulla, että

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+n^2}{n^2+n} = 1.$$

3. Osoita funktion raja-arvon määritelmän avulla, että

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 4x) = 21.$$

4. Oletetaan, että  $A$  on joukko, jonka alkiot ovat positiivisia reaalilukuja. Oletetaan lisäksi, että  $a = \sup A$ . Merkitään

$$B = \left\{ \frac{1}{x} \mid x \in A \right\}.$$

Toisin sanoen,  $B$  on joukkoon  $A$  kuuluvien lukujen käänteislukujen muodostama joukko. Osoita, että

$$\frac{1}{a} = \inf B.$$