

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi I

Ohjaus 2

15. 9. 2008 alkavalle viikolle

1. Oletetaan, että $|x - e^\pi| < 2^{-1}10^{-1}$. Mitä tiedät tämän nojalla luvun x desimaalikehitelmästä? Entä jos $|x - e^\pi| < 2^{-1}10^{-23}$?

(Luvun e^π kehitemä alkaa näin:

23.14069263277926900572908636794854738026610624

2600211993445046409524342350690452783516971997067

5492196

2. Mitkä luvut toteuttavat epäyhtälön $|3x - 2| < 1$? Vihje: käytä itseisarvolemman tietoa: $|x| < a$ jos ja vain jos $-a < x < a$ (missä a positiivinen.)

3. Perustelee itseisarvon tarkan määritelmän avulla, että

(a) $|x| \geq 0$;

(b) $|x| = |-x|$;

(c) $|xy| = |x||y|$. (Kumpikin luvuista voi olla toisesta riippumatta < 0 , $= 0$ tai > 0 . Käy läpi kaikki 9 tapausta.)

4. (a) Pitääkö kaikilla x paikkansa $x^5 - 1 = (x - 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$? (Tarkstukseksi riittää tietysti polynomien kertolasku.)

(b) Etsi sellainen luku $K > 0$, että kaikilla välin $]1/2, 3/2[$ luvuilla x pätee $|x^5 - 1| \leq K|x - 1|$.

(c) Onko olemassa sellaista positiivista lukua h , että $|x^5 - 1| < 7^{-77777}$ aina kun $|x - 1| < h$?