

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi I

Harjoitus 11

1. 12. 2008 alkavalle viikolle

Luennoilla on nyt menossa vaihe, missä Hurri-Syrjäsen monistetta käyttäen tutustutaan tärkeiden transkendenttifunktioiden perusominaisuuksiin.

1. Osoita, että kaikilla $x \geq 0$ pätee $e^x \geq 1 + x$. Tutki erotusta. Väliarvolause auttaa.

2. Osoita, että kaikilla $x \geq 0$ pätee $e^x \geq 1 + x + \frac{1}{2}x^2$. (Voiko tehtävien 1 ja 2 ideaa jatkaa eteenpäin?)

3. Johda yhtälö

$$\operatorname{Dar} \cosh x = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

kun $x > 1$. Tutki monisteen sivuja 84 ja 85!

4. Osoita, että x^x on aidosti kasvava joukossa $[\frac{1}{e}, \infty[$.

5. Tarkastellaan funktiota $f :]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ missä $f(x) = e^{-x} \sin(\sqrt{3}x)$. Selvitä sen lokaalit ääriarvot. Mitä tapahtuu funktiolle kun $x \rightarrow \infty$?

6. Määritellään $f(x) = x^2 \sin(\frac{1}{x^2})$ kun $x \neq 0$ ja $f(0) = 0$. Onko f derivoituva kohdassa $x = 0$? Onko sen derivaattafunktio jatkuva? Entä rajoitettu?