

VEKTORIANALYYSI  
KURSSIKOE 1  
13.10.2008

1. Määritellään funktio  $f : \mathbf{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbf{R}$ ,

$$f(x, y) := \frac{x^3 + y^2}{x^2 + 4y^2}.$$

Onko mahdollista määritellä arvoa  $f(0, 0)$  siten, että funktiosta  $f$  tulee koko tasossa jatkuva?

2. Olkoot  $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ ,

$$f(x, y, z) := (e^{x+y}, e^{y+z}, e^{x-z})$$

ja  $g : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}$ ,

$$g(x, y, z) := x - y + z,$$

sekä  $h := g \circ f$ . Muodosta  $\partial_1 h$  ja  $\partial_3 h$ .

3. Esitä funktion  $f(x, y) = y^2 \sin x$  toisen asteen Taylorin kehitelmä pisteessä  $(1, 0)$ .

4. Olkoon  $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  funktio

$$f(x, y) := x^3 + 3xy + y^3$$

Esitä  $f$ :n kriittiset pisteet ja tutki niiden lokaaleja ääriarvo-ominaisuuksia.