

VEKTORANALYS
KURSPROV 2
8.12.2008

1. Låt A vara delmängden $B(0, 3) \setminus \bar{B}(0, 1)$ i planet, där $B(0, a)$ är cirkelskivan som har medelpunkten i origo och radien a . Beräkna integralen

$$\iint_A (1+x)(x^2+y^2) dx dy.$$

2. Låt $F : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ vara vektorfältet $F(x, y) = ((1+x)e^{x+y}, xe^{x+y})$. Beräkna kurvintegralen

$$\int_{\gamma} F \cdot d\bar{s}$$

till vektorfältet F , då γ är den kurva vars initialpunkt är $(-5, 0)$ och slutpunkt är $(5, 0)$, och som löper på randen till cirkelskivan $B(0, 5)$ i det övre halvplanet.

3. Beräkna integralen

$$\iiint_G (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^{3/2} dx_1 dx_2 dx_3,$$

då G är snittet av enhetsklotet i \mathbf{R}^3 och det övre halvrummet $\{x = (x_1, x_2, x_3) \mid x_3 \geq 0\}$.

4. Låt

$$G := \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid -3 < z < 2, x^2 + y^2 < 4\}.$$

Bestäm helhetsflödet av vektorfältet $F(x, y, z) := (x, 2y, z^3)$ ut genom randen till ∂G .