Institutionen för matematik och statistik
Vektoranalys
Kursförhör 1
2.3.2007

1. Beräkna derivatan av $f(x, y, z) = (xy, yz, xz)$ i riktningen $\frac{1}{\sqrt{13}}(2, 0, -3)$ i en godtycklig punkt $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$.

2. Låt $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$,

$$f(x,y) = \begin{cases} e^{x-y} & \text{då } x \geq -y^2 \\ (x-1)^2 & \text{då } x \leq -y^2. \end{cases}$$

   Bestäm den av de partiella derivatorna

$$\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) \text{ och } \frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$$

   som existerar. Glöm inte att motivera existensen!

3. Bestäm största och minsta värdet av xy på ellipsen $x^2 + 4y^2 = 1$.

4. Antag att $A \subset \mathbf{R}^n$ är kompakt och $f : A \to \mathbf{R}$ kontinuerlig. Antag dessutom att det för varje $\epsilon > 0$ existerar en sådan punkt $x \in A$ att $2(1 - \epsilon) \leq f(x) < 2 + \epsilon$. Visa att det existerar en sådan punkt $x \in A$ att $f(x) = 2$. Observera: Att behandla uppgiften som en ren teoriuppgift torde inte vara svårt, men det är också tillåtet att behandla den som en vanlig tillämpningsuppgift.