

1) Är avbildningen

$$d : R \times R \rightarrow R,$$

$$d(x, y) = |x - y|^3$$

en metrik i mängden R ? Motivera!

2) Ge ett exempel på ett metriskt rum (X, d) med sådana delmängder A, B, C och D att

- (a) A är öppen men inte sluten,
- (b) B är sluten men inte öppen,
- (c) C både är öppen och sluten,
- (d) D varken är öppen eller sluten.

I vart och ett av fallen räcker det med en kort motivering.

3) Betrakta de två delmängderna $[-2, 2] \times [-2, 2]$ och $[-3, 3] \times [-1, 1]$ i planet R^2 . Visa att de är homeomorfa sinsemellan.

4) Antag att delmängden $A = \overline{B(0, 1)} \setminus \{0\}$ i det tvådimensionella planet har den vanliga (euklidiska) metriken d . Visa att det metriska rummet (A, d) inte är fullständigt.

5) Ge ett exempel på två sådana kontinuerliga funktioner $f : A \rightarrow R$ och $g : B \rightarrow R$ att $A, B \subset R^n$ och

- (a) A är sluten medan bildmängden $f(A)$ inte är sluten i R ,
- (b) B är begränsad medan bildmängden $g(B)$ är obegränsad

Är det möjligt att använda samma exempel i fallen (a) och (b), dvs kan man välja $f = g$ och $A = B$?