Todennäköisyysteoria
Välikoe 1/2 20.5.2008

1. Mikä relaatioista $=$, $\subset$, $\supset$ pätee seuraavien tapahtumaparien välillä:
a) $\{\sup X_n \geq x\}$, $\bigcup_n \{X_n \geq x\}$
b) $\{\liminf X_n \geq x\}$, $\limsup\{X_n \geq x\}$.

2. Oletetaan että EX on äärellinen. Osoita:

$$\lim_{n\to\infty} E(X; |X| > n) = 0.$$

3. Oletetaan, että $X_1, X_2, ...$ ovat riippumattomia ja Tas $[0,1]$-jakautuneita. Olkoon

$$Y_n \doteq \max\{X_1, ..., X_n\}.$$

Osoita, että

$$Y_n \to 1 \text{ (stok)}.$$

Todennäköisyysteoria
Välikoe 1/2 12.6.2008

1. Mikä relaatioista $=$, $\subset$, $\supset$ pätee seuraavien tapahtumaparien välillä:
a) $\{\sup X_n < x\}$, $\bigcap_n \{X_n < x\}$
b) $\{\liminf X_n \geq x\}$, $\liminf\{X_n \geq x\}$.

2. Oletetaan, että $X_1, X_2, ...$ ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita. Osoita, että jos $E|X|$ on äärellinen, niin $|X_n| \leq n$ j.l.m.v..

3. Oletetaan, että $X_1, X_2, ...$ ovat riippumattomia ja Eksp(λ)-jakautuneita. Olkoon

$$Y_n \doteq \min\{X_1, ..., X_n\}.$$

Osoita, että

$$Y_n \to 0 \text{ (stok)}.$$

Välikoepisteitä voi tiedustella: esa.nummelin@helsinki.fi tai 050 5114075 16-18.6.. Ilmoitustaululla 19.6.-.

Todennäköisyysteoria
Välikoe 2/2 21.10.2008

1. Olkoot $X, Y \in L^2$ mielivaltaisia. Oletetaan, että $EY = 0$ ja $Var(Y) = 1$. Hae satunnaismuuttujan X paras kvadraattinen ennuste ehdolla Y, so. muotoa

$$aY^2 + bY \ + c \ \ (a, b, c \in R)$$

oleva paras ennuste.

2. Oletetaan, että smjonolle $Y_n,\ n = 1, 2, ...,$ pätee

$$E(Y_{n+1}|Y_1, ..., Y_n) = aY_n + (1-a)Y_{n-1},$$

missä $0 < a < 1$ on vakio. Millä vakion b arvolla smjono

$$M_n \doteq Y_n + bY_{n-1}$$

on martingaali.

3. Olkoon $c \in R$ vakio. Osoita, että $X_n \to c$ (jak.), jos ja vain jos $X_n \to c$ (stok.).

(Välikokeen pistemäärää voi tiedustella ke 22.10. klo 12-18 tekstiviestillä 050 5114075 tai ti 28.10. lähtien myös sähköpostilla esa.nummelin@helsinki.fi.)