

3.

## TILASTOTIETEEN JOHDANTOKURSSI (8 OP) 14.6.2007

Nimi: \_\_\_\_\_

Opiskelijanumero: \_\_\_\_\_

Suoritan kurssin 8 opintopisteen laajuisena.

Suoritan kurssin 10 op:n laajuisena. Olen palauttanut esseen.

Muuta huomioitavaa?

pisteet

1

2

3

4

5

yht.

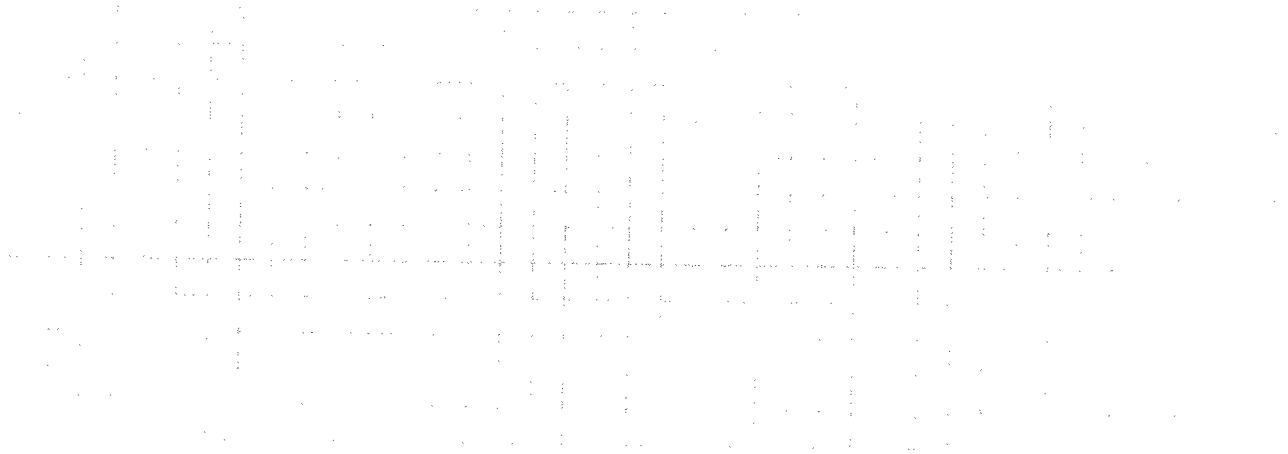
Vastaa lyhyesti, mutta perustellen. Laskutehtävien perusteluna toimivat välivaiheet.  
Kaikki vastaukset koepaperille. Suttupapereita ei lueta.

1 Yrityksen kahdessa sivutoimipisteessä selvitettiin työntekijöiden poissaoloja töistä. Alla on esitetty kummankin toimipisteen työntekijöiden vuosittaiset poissaolot täysinä työpäivinä.

Toimipiste A:	10	2	5	3	7	17	4	1	61	11	13
Toimipiste B:	7	16	24	9	17	21	6	18			

a) Mikä on muuttujan 'vuosittaiset poissaolot töistä' mitta-asteikko? (1 p) \_\_\_\_\_

b) Piirrä yo. aineistosta laatikko-janadiagrammit (Box-Whiskers). Merkitse kuvanpiirtoon tarvittavat tunnusluvut näkyviin. (2 p)



c) Laske toimipisteen B hajonta. (2 p)

d) Onko toimipisteen A hajonta suurempi vai pienempi kuin toimipisteen B hajonta? Ei tarvitse laskea, perustele vastauksesi sanallisesti! (1 p)

2 a) Urnassa on 7 palloa 3 punaista ja 4 sinistä. Pallot sekoitetaan. Urnasta nostetaan pallo, jonka väri merkitään muistiin. Pallo palautetaan urnaan ja pallot sekoitetaan uudelleen. Urnasta nostetaan toinen pallo. Mikä on todennäköisyys, että molemmat pallot ovat samanvärisiä? (2 p)

b) Mikä on todennäköisyys, että kahta noppaa heitettäessä silmälukujen summa on vähintään 7? (2 p)

c) Kesälomaviikolla pitää käydä katsomassa kaverin vauvaa, tädin luona lounaalla, pappaa katsomassa sairaalassa, serkun kanssa rupattelemassa, mummon kanssa hautuumaalla ja lisäksi retkellä lapsuusmaisemissa. Kuinka monella eri tavalla nämä toimet voidaan laittaa järjestykseen? (2 p)

---

3. Tutkitaan, vaikuttaako äidin raskauden aikainen tupakointi lapsen syntymäpituuteen.

Alla SPSS ohjelmiston tulostusta aineistosta, jossa on 239 havaintoa.

**Group Statistics**

Tupakointi raskauden aikana	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
pituus Ei tupakoinut	211	50,30	2,709	,186
Tupakoi	28	48,93	2,595	,490

**Sanastoa**

Mean = keskiarvo

Std.Deviation = keskihajonta

Std.Error Mean = keskivirhe

a) Laske yo. tunnuslukujen pohjalta 95 % luottamusvälit tupakoivien ja tupakoimattomien äitien lasten syntymäpituuksille. (2 p)

b) Mitä luottamusväli tarkoittaa? (2 p)

c) Mitä voit sanoa syntymäpituuksista laskemiesi luottamusvälien pohjalta? (2 p)

4. Edellinen tehtävä jatkuu. Testataan asiaa tilastollisesti.

a) Muotoile testattava kaksisuuntainen hypoteesipari sekä sanallisesti että tilastollisin symbolein. (1 p)

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means				
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference
pituus	Equal variances assumed	,205	,651	2,535	237	,012	1,375	,542
	Equal variances not assumed			2,620	35,274	,013	1,375	,525

Voit olettaa varianssit yhtä suuriksi. Yo. tulostuksesta selviää mm., että t-testisuureen arvo on 2,535 ja vapausasteita on 237.

b) Yllä olevasta tulostuksesta nähdään myös, että havaittu merkitsevyystaso, eli p-arvo on 0,012, kohta: Sig.(2-tailed). Mitä se tarkoittaa? (2 p)

c) Kuinka nollahypoteesin käy? Muotoile johtopäätös sanallisesti. (1 p)

d) Jos päättäisit käyttää yksisuuntaista testiä, mikä ennakkokäsitys antaisi tähän aiheetta? (1 p)

e) Mikä olisi yksisuuntaisen testi havaittu merkitsevyystaso? (1 p)

5. Kuulustelulautakunta testaa monivalintakysymystä. He pyytävät 100 opiskelijaa vastaamaan kysymykseen ja vastausten jakauman näet alla:

Vastaus	A	B	C	D	E
Frekvenssi	32	18	10	28	12

Onko syytä uskoa, että kysymys on niin vaikea, että opiskelijat valitsevat vastauksen satunnaisesti? Testaa asiaa tilastollisesti. (6 p)

LIIITE 4. STUDENTIN t-JAKAUMA.

Kriittisiä arvoja eri merkitsevyystasojen ja vapausasteiden f arvoilla.

f	Merkitsevyystaso yksisuuntaisessa testissä									
	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001	0,0005	0,001	0,0005	0,001	0,0005
1	6,314	12,706	31,821	63,657	318,309	636,619	636,619	636,619	636,619	636,619
2	2,920	4,303	6,965	9,925	22,327	31,599	31,599	31,599	31,599	31,599
3	2,353	3,182	4,541	5,841	10,215	12,924	12,924	12,924	12,924	12,924
4	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173	8,610	8,610	8,610	8,610	8,610
5	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893	6,869	6,869	6,869	6,869	6,869
6	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208	5,959	5,959	5,959	5,959	5,959
7	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785	5,408	5,408	5,408	5,408	5,408
8	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501	5,041	5,041	5,041	5,041	5,041
9	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297	4,781	4,781	4,781	4,781	4,781
10	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144	4,587	4,587	4,587	4,587	4,587
11	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025	4,437	4,437	4,437	4,437	4,437
12	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930	4,318	4,318	4,318	4,318	4,318
13	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852	4,221	4,221	4,221	4,221	4,221
14	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787	4,140	4,140	4,140	4,140	4,140
15	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733	4,073	4,073	4,073	4,073	4,073
16	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686	4,015	4,015	4,015	4,015	4,015
17	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646	3,965	3,965	3,965	3,965	3,965
18	1,734	2,101	2,552	2,878	3,610	3,922	3,922	3,922	3,922	3,922
19	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579	3,883	3,883	3,883	3,883	3,883
20	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552	3,850	3,850	3,850	3,850	3,850
21	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527	3,819	3,819	3,819	3,819	3,819
22	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505	3,792	3,792	3,792	3,792	3,792
23	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485	3,768	3,768	3,768	3,768	3,768
24	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467	3,745	3,745	3,745	3,745	3,745
25	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450	3,725	3,725	3,725	3,725	3,725
26	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435	3,707	3,707	3,707	3,707	3,707
27	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421	3,690	3,690	3,690	3,690	3,690
28	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408	3,674	3,674	3,674	3,674	3,674
29	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396	3,659	3,659	3,659	3,659	3,659
30	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385	3,646	3,646	3,646	3,646	3,646
40	1,684	2,021	2,423	2,704	3,307	3,551	3,551	3,551	3,551	3,551
50	1,676	2,009	2,403	2,678	3,261	3,496	3,496	3,496	3,496	3,496
60	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232	3,460	3,460	3,460	3,460	3,460
80	1,664	1,990	2,374	2,639	3,195	3,416	3,416	3,416	3,416	3,416
100	1,660	1,984	2,364	2,626	3,174	3,390	3,390	3,390	3,390	3,390
200	1,653	1,972	2,345	2,601	3,131	3,340	3,340	3,340	3,340	3,340
500	1,648	1,965	2,334	2,586	3,107	3,310	3,310	3,310	3,310	3,310
∞	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090	3,291	3,291	3,291	3,291	3,291
f	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001

Merkitsevyystaso kaksisuuntaisessa testissä

LIIITE 5.  $\chi^2$ -JAKAUMA.

Yksisuuntaiseen testiin liittyviä kriittisiä arvoja eri merkitsevyystasojen ja vapausasteiden f arvoilla.

f	Merkitsevyystaso yksisuuntaisessa testissä									
	0,99	0,95	0,10	0,05	0,01	0,001	0,01	0,001	0,001	0,001
1	0,000	0,004	2,706	3,841	6,635	10,828	10,828	10,828	10,828	10,828
2	0,020	0,103	4,605	5,991	9,210	13,816	13,816	13,816	13,816	13,816
3	0,115	0,352	6,251	7,815	11,345	16,266	16,266	16,266	16,266	16,266
4	0,297	0,711	7,779	9,488	13,277	18,467	18,467	18,467	18,467	18,467
5	0,554	1,145	9,236	11,070	15,086	20,515	20,515	20,515	20,515	20,515
6	0,872	1,635	10,645	12,592	16,812	22,458	22,458	22,458	22,458	22,458
7	1,239	2,167	12,017	14,067	18,475	24,322	24,322	24,322	24,322	24,322
8	1,646	2,733	13,362	15,507	20,090	26,124	26,124	26,124	26,124	26,124
9	2,088	3,325	14,684	16,919	21,666	27,877	27,877	27,877	27,877	27,877
10	2,558	3,940	15,987	18,307	23,209	29,588	29,588	29,588	29,588	29,588
11	3,053	4,575	17,275	19,675	24,725	31,264	31,264	31,264	31,264	31,264
12	3,571	5,226	18,549	21,026	26,217	32,909	32,909	32,909	32,909	32,909
13	4,107	5,892	19,812	22,362	27,688	34,528	34,528	34,528	34,528	34,528
14	4,660	6,571	21,064	23,685	29,141	36,123	36,123	36,123	36,123	36,123
15	5,229	7,261	22,307	24,996	30,578	37,697	37,697	37,697	37,697	37,697
16	5,812	7,962	23,542	26,296	32,000	39,252	39,252	39,252	39,252	39,252
17	6,408	8,672	24,769	27,587	33,409	40,790	40,790	40,790	40,790	40,790
18	7,015	9,390	25,989	28,869	34,805	42,312	42,312	42,312	42,312	42,312
19	7,633	10,117	27,204	30,144	36,191	43,820	43,820	43,820	43,820	43,820
20	8,260	10,851	28,412	31,410	37,566	45,315	45,315	45,315	45,315	45,315
21	8,897	11,591	29,615	32,671	38,932	46,797	46,797	46,797	46,797	46,797
22	9,542	12,338	30,813	33,924	40,289	48,268	48,268	48,268	48,268	48,268
23	10,196	13,091	32,007	35,172	41,638	49,728	49,728	49,728	49,728	49,728
24	10,856	13,848	33,196	36,415	42,980	51,179	51,179	51,179	51,179	51,179
25	11,524	14,611	34,382	37,652	44,314	52,620	52,620	52,620	52,620	52,620
26	12,198	15,379	35,563	38,885	45,642	54,052	54,052	54,052	54,052	54,052
27	12,879	16,151	36,741	40,113	46,963	55,476	55,476	55,476	55,476	55,476
28	13,565	16,928	37,916	41,337	48,278	56,892	56,892	56,892	56,892	56,892
29	14,256	17,708	39,087	42,557	49,588	58,301	58,301	58,301	58,301	58,301
30	14,953	18,493	40,256	43,773	50,892	59,703	59,703	59,703	59,703	59,703
40	22,164	26,509	51,805	55,758	63,691	73,402	73,402	73,402	73,402	73,402
50	29,707	34,764	63,167	67,505	76,154	86,661	86,661	86,661	86,661	86,661
60	37,485	43,188	74,397	79,082	88,379	99,607	99,607	99,607	99,607	99,607
70	45,442	51,739	85,527	90,531	100,425	112,317	112,317	112,317	112,317	112,317
80	53,540	60,391	96,578	101,879	112,329	124,839	124,839	124,839	124,839	124,839
90	61,754	69,126	107,565	113,145	124,116	137,208	137,208	137,208	137,208	137,208
100	70,065	77,929	118,498	124,342	135,807	149,449	149,449	149,449	149,449	149,449
200	156,432	168,279	226,021	233,994	249,445	267,541	267,541	267,541	267,541	267,541
500	429,388	449,147	540,930	553,127	576,493	603,446	603,446	603,446	603,446	603,446

$$Md = x_{[(n+1)/2]} \quad Md = (x_{(n/2)} + x_{((n/2)+1)})/2$$

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \bar{x}_H = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} = \frac{1}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} \quad \bar{x}_G = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i} = \sqrt[n]{x_1 * x_2 * \dots * x_n}$$

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} \quad \bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^n w_i x_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad CV = \frac{s}{\bar{x}}$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$r = \frac{s_{XY}}{s_X s_Y} \quad s_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1} \quad r = \frac{1}{n-1} \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{s_X \cdot s_Y}$$

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$$

$$y_i = \alpha + \beta x_i \quad b = r \frac{s_y}{s_x} \quad a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$\frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot [n - (k-1)]$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$P(E) = 1 \quad 0 \leq P(A) \leq 1 \quad P(A^c) = 1 - P(A) \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad \text{jos} \quad A \cap B = \emptyset \quad \text{Jos} \quad A \subset B \quad \text{niin} \quad P(A) \leq P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad \text{kun} \quad A \perp B \quad P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$E(X) = \sum_{i=1}^k p_i * x_i = p_1 * x_1 + p_2 * x_2 + \dots + p_k * x_k$$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$$

$$\bar{X}_n \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \quad \text{kun} \quad X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$\bar{X}_n \sim_{\text{appr.}} N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \quad \bar{x} \pm k \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$Z = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1)$$

$$t = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad df = n-1$$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_p * \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \quad df = n_1 + n_2 - 2 \quad s_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \quad t \sim_{\text{appr.}} N(0, 1), \text{ kun } n_1 \text{ ja } n_2 \text{ riittävän suuria}$$

$$t = \frac{\bar{d} - 0}{\frac{s_D}{\sqrt{n}}} \quad df = n-1$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} \quad df = k-1 \quad \chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \quad df = (r-1) \times (c-1)$$

$$t = \frac{r}{s_r} \quad df = n-2 \quad s_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}$$

$$t = \frac{b}{s_b} \quad df = n-2 \quad t = \frac{a}{s_a} \quad df = n-2$$



2. Tavaratalossa 67 % asiakkaista ostaa vatteita, 24 % parin kenkiä ja 12 % ostaa sekä vatteita, että parin kenkiä. Määrrää seuraavat todennäköisyydet:

a) Mikä on todennäköisyys, että asiakas ostaa joko vatteita tai parin kenkiä?

b) Mikä on todennäköisyys, että asiakas ei osta kenkäparia.

c) Mikä on todennäköisyys, että kenkiä ostava asiakas ostaa vatteita?

3. Tienrakennustyömaalla on 40 km/t nopeusrajoitus. Rajoituksesta huolimatta ohiajavien autojen keskinopeus, joka on jakautunut normaalisti, on keskimäärin 46 km/t ja nopeuden keskihajonta on 4.2 km/t.

a) Kuinka suuri osa autoilijoista ajaa ylinopeutta?

b) Kuinka suurella osuudella autoilijoista nopeus on välillä 49 ja 55 km/t?

c) Mikä on nopeus, jota nopeammin ajaa 40 % ohiajavista autoilijoista?

d) Mikä on nopeus, jota hitaammin ajaa 78 % autoilijoista?

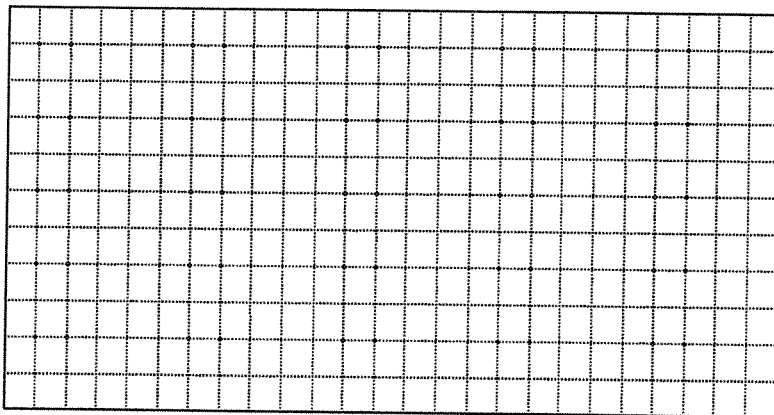


4. Puun rinnankorkeusläpimitalla tarkoitetaan puun läpimitalla 1.3 m:n korkeudella maanpinnasta. Tutkija mittaa taimikon kaikista 3.5 - 4 m pituisista puista valitun 16 puun satunnaisotokseen tulleiden puiden rinnankorkeusläpimitat ja saa seuraavat tulokset (läpimitat cm)

3.0 3.0 3.1 3.4 3.7 3.8 3.8 3.8 3.8 4.2 4.2 4.3 4.5 4.6 4.8 5.2

Otokseen tulleiden puiden rinnankorkeusläpimitan keskiarvo ja keskihajonta ovat: 3.326316 ja 1.592637.

- a) Määrittää rinnankorkeusläpimitan ala- ja yläkvartiili ja mediaani ja esittää aineisto laatikkodiagramman avulla.



- b) Määrittää 99 %:n luottamusväli taimikon 3.5 - 4 m pituisisten puiden rinnankorkeusläpimitan keskiarvolle.

- c) Miten luottamusväli on tulkittavissa tässä tilanteessa.

5. IRS-tutkimuksessa tarkasteltiin kahta ikäluokkaa ja pyrittiin selvittämään, ovatko nuoret veronmaksajat halukkaampia täyttämään veroilmoituksensa verkossa, kuin vanhat veronmaksajat.

Tutkimuksessa mukana olleesta 300 ikäluokan 18-34 haastateltavasta 186 oli halukas täyttämään veroilmoituksensa sähköisesti. vastaavasti 200 ikäluokan 55-64 haastatellusta 98 oli halukas käyttämään sähköistä veroilmoitusta.

Onko tutkimukseen liittyvä ongelma 1- vai 2-suuntainen

Mikä on siihen liittyvä nollahypoteesi

Mikä on siihen liittyvä vastahypoteesi

Mikä on käytettävä testisuure ja mitä jakaumaa se noudattaa

Mikä on testisuureen arvo tässä tapauksessa

Hylätäänkö nollahypoteesi, vai jääkö se voimaan?

## Tilastotieteen loppukokeen kaavakokoelma

$$P(A^c) = P(C(A)) = 1 - P(A) \quad P(A - B) = P(A \cap B^c)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = P(B) \cdot P(A|B) \quad P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cdot B \cdot C \cdot D) = P(A) \cdot P(B|A) \cdot P(C|AB) \cdot P(D|ABC)$$

$$P(B) = \sum_{i=1}^k P(A_i)P(B|A_i) \quad E = \bigcup_{i=1}^k A_i \quad \bigcap A_i A_j = \emptyset \quad i \neq j$$

$$P(B_j | A) = \frac{P(A \cap B_j) \cdot P(B_j)}{\sum_{i=1}^k P(A \cap B_i) \cdot P(B_i)}$$

$$P(x = k) = \binom{n}{k} \pi^k (1 - \pi)^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \pi^k (1 - \pi)^{n-k}$$

$$P(x = k | N, K, n) = \frac{\binom{k}{k} \binom{N-k}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

$$k! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (k-1) \cdot k$$

$$E(x) = \sum x_i p_i = x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + \dots + x_n p_n$$

$$\hat{p} = \frac{x}{n} \quad z = \frac{\hat{p} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}}} \sim N(0, 1) \quad z = \frac{\hat{p} - \pi}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}} \sim N(0, 1)$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1) \quad t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$$

$$P(-|z_{\alpha/2}| \leq \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq |z_{\alpha/2}|) = \alpha \quad P(-|z_{\alpha/2}| \leq \frac{\hat{p} - \pi}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}} \leq |z_{\alpha/2}|) = \alpha$$

$$\bar{x} - |z_{\alpha/2}| \cdot \sigma/\sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + |z_{\alpha/2}| \cdot \sigma/\sqrt{n}$$

$$\hat{p} - |z_{\alpha/2}| \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \leq \pi \leq \hat{p} + |z_{\alpha/2}| \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$\bar{x} - |z_{\alpha/2}(n-1)| \cdot S/\sqrt{n} \leq \mu \leq \bar{x} + |z_{\alpha/2}(n-1)| \cdot S/\sqrt{n}$$

$$\hat{p} = \frac{k+2}{(n+4)} \quad P(-|z_{\alpha/2}| \leq \frac{\hat{p} - \pi}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n+4}}} \leq |z_{\alpha/2}|) = \alpha$$

$$\hat{p} - |z_{\alpha/2}| \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n+4}} \leq \pi \leq \hat{p} + |z_{\alpha/2}| \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n+4}}$$

$$P(-|t_{\alpha/2}(n-1)| \leq \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \leq |t_{\alpha/2}(n-1)|) = \alpha$$

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \sim N(0, 1) \quad z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}} \sim N(0, 1) \quad \hat{p} = \frac{n_1 \hat{p}_1 + n_2 \hat{p}_2}{n_1 + n_2}$$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \sim \text{appr } N(0, 1) \text{ Kun } n_1 \text{ ja } n_2 \text{ suuria.}$$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{S_d} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{S \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t(n_1 + n_2 - 2) \quad S = \sqrt{\frac{(n_1 - 1) \cdot S_1^2 + (n_2 - 1) \cdot S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

$$X^2 = \sum \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} \sim \chi^2(k - r - 1)$$

$$n = \left( \frac{|z_{\alpha/2}| \cdot \sqrt{\pi \cdot (1-\pi)}}{d} \right)^2 \quad n = \frac{(t_{1-\alpha/2}(n-1) \cdot S)^2}{d^2}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i \quad \bar{x} = \sum_{i=1}^n f_i x_i$$

$$S^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}}{(n-1)} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}{(n-1)}$$

$$S^2 = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^k n_i x_i)^2}{n}}{(n-1)}$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad r.m.s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2} \quad V = \frac{S}{\bar{x}}$$

$$P(\hat{p} - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \leq \pi \leq \hat{p} + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}) = 1 - \alpha$$

$$P(\bar{x} - t_{(n-1)}^{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{S^2}{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{(n-1)}^{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{S^2}{n}}) = 1 - \alpha$$

$$Z = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1 - \pi_0)/n}} \quad Z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{p(1-p)(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$$

$$p = \frac{n_1 \cdot p_1 + n_2 \cdot p_2}{n_1 + n_2} \quad z \sim N(0,1)$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{S^2/n}} \quad z \sim N(0,1) \quad t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{S^2/n}} \quad t \sim t(n-1)$$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{S^2(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}} \quad S^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \quad t \sim t(n_1 + n_2 - 2)$$

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \quad t \approx t(\nu) \quad \min(n_1 - 1, n_2 - 1) \leq \nu \leq n_1 + n_2 - 2$$

$$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \quad z \sim N(0,1) \quad F = \frac{\max(S_1^2, S_2^2)}{\min(S_1^2, S_2^2)} \quad F \sim F_{\alpha, \min}$$

$$t_{xy} = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n \frac{(\bar{x}_i - \bar{x})(\bar{y}_i - \bar{y})}{S_x S_y} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{(n-1)S_x S_y} \quad Z = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \sim N(0,1)$$

$$t_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2)(\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2)}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - (\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2)(\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2)}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n} - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n}}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2)(\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2)}}$$

$$r_s = \frac{\sum_{i=1}^n (R(x_i) - \bar{R}(x))(R(y_i) - \bar{R}(y))}{\sqrt{(\sum_{i=1}^n (R(x_i) - \bar{R}(x))^2)(\sum_{i=1}^n (R(y_i) - \bar{R}(y))^2)}}$$

$$r_s = 1 - \frac{6(\sum_{i=1}^n (R(x_i) - \bar{R}(x))^2)(\sum_{i=1}^n (R(y_i) - \bar{R}(y))^2)}{n(n^2 - 1)} = 1 - \frac{6(\sum_{i=1}^n d^2)}{n(n^2 - 1)} \quad \tau_{ou} = \frac{C - D}{n(n-1)/2}$$

$$T_A = \sum_{i=1}^{n_A} R(X_{Ai}) \quad T_B = \sum_{i=1}^{n_B} R(X_{Bi})$$

$$U_A = n_A n_B + \frac{n_A(n_A + 1)}{2} - T_A \quad U_B = n_B n_A + \frac{n_B(n_B + 1)}{2} - T_B \quad U = \min(U_A, U_B)$$

$$U \sim N\left(\mu = \frac{n_A n_B}{2}, \sigma^2 = \frac{n_A n_B (n_A + n_B + 1)}{12}\right)$$

$$\hat{y} = a + bx \quad a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$b = r_{xy} \frac{S_y}{S_x} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{n}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}}$$

$$e_1 = y_i - \hat{y}_i = y_i - (a + bx_i) = y_i - a - bx_i$$

$$SST = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad SSE = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - (a + bx_i))^2$$

$$R^2 = r^2 = \frac{SST - SSE}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST} \quad R_{Adj}^2 = 1 - \frac{S_e}{S_x^2}$$

$$S_e^2 = \frac{1}{(n-2)} \sum_{i=1}^n e_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-2} = \frac{SSE}{n-2}$$

$$\sum_{i,j,h} (x_{ijh} - \bar{x})^2 = \sum_{i,j,h} (\bar{x}_i - \bar{x})^2 + \sum_{i,j,h} (\bar{x}_j - \bar{x})^2 + \sum_{i,j,h} (\bar{x}_i - \bar{x}_j + \bar{x})^2 + \sum_{i,j,h} (x_{ijh} - \bar{x}_{ij})^2$$

$$SST = SSR_r + SSR_s + SSR_{rs} + SSE \quad n \cdot k \cdot l - 1 = (k-1) + (l-1) + (k-1)(l-1) + kl(n-1)$$

$$S_r^2 = SSR_r / (k-1) \quad S_s^2 = SSR_s / (l-1) \quad S_{rs}^2 = SSR_{rs} / ((k-1)(l-1))$$

$$S_e^2 = SSE / kl(n-1)$$

$$F_r = S_r^2 / S_e^2 \quad F_s = S_s^2 / S_e^2 \quad F_{rs} = S_{rs}^2 / S_e^2$$

$$X^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - e_i)^2}{e_i} \quad X^2 \sim \chi^2(k-r-1); \quad X^2 = \sum_{i,j=1}^{k,l} \frac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} \quad X^2 \sim \chi^2(k-1)(l-1)$$

$$V = \sqrt{\frac{X^2/n}{\min(k,l)-1}} \quad C = \sqrt{\frac{X^2}{X^2+n}}$$

Quantiles of the Normal Distribution  
 F(Z) 0.001 0.005 0.01 0.025 0.05 0.1 0.25 0.5 1.0 2.0 3.0 4.0 5.0 6.0 7.0 8.0 9.0  
 Z -3.090 -2.576 -2.326 -1.950 -1.645 -1.645 1.645 1.950 2.326 2.576 3.090

The Standard Normal Distribution

0	0.0000	0.0003	0.0007	0.0011	0.0016	0.0021	0.0027	0.0033	0.0040	0.0048	0.0057	0.0067	0.0078	0.0090	0.0104	0.0120	0.0138	0.0157	0.0178	0.0200	0.0224	0.0250	0.0277	0.0307	0.0339	0.0373	0.0409	0.0447	0.0487	0.0528	0.0571	0.0616	0.0663	0.0711	0.0761	0.0812	0.0865	0.0919	0.0975	0.1033	0.1093	0.1155	0.1219	0.1285	0.1353	0.1423	0.1495	0.1569	0.1645	0.1723	0.1803	0.1885	0.1968	0.2053	0.2139	0.2227	0.2317	0.2408	0.2500	0.2594	0.2690	0.2788	0.2888	0.2989	0.3092	0.3196	0.3302	0.3409	0.3518	0.3628	0.3739	0.3852	0.3966	0.4082	0.4199	0.4317	0.4437	0.4557	0.4679	0.4802	0.4927	0.5053	0.5181	0.5310	0.5440	0.5571	0.5703	0.5836	0.5970	0.6105	0.6241	0.6378	0.6516	0.6655	0.6795	0.6936	0.7078	0.7221	0.7365	0.7510	0.7656	0.7803	0.7951	0.8100	0.8250	0.8400	0.8551	0.8703	0.8856	0.9010	0.9165	0.9321	0.9478	0.9636	0.9795	0.9955	1.0116	1.0278	1.0441	1.0605	1.0770	1.0936	1.1103	1.1271	1.1440	1.1610	1.1781	1.1953	1.2126	1.2300	1.2475	1.2651	1.2828	1.3006	1.3185	1.3365	1.3546	1.3728	1.3911	1.4095	1.4280	1.4466	1.4653	1.4841	1.5030	1.5220	1.5411	1.5603	1.5796	1.5990	1.6185	1.6381	1.6578	1.6776	1.6975	1.7175	1.7376	1.7578	1.7781	1.7985	1.8190	1.8396	1.8603	1.8811	1.9020	1.9230	1.9441	1.9653	1.9866	2.0080	2.0295	2.0511	2.0728	2.0946	2.1165	2.1385	2.1606	2.1828	2.2051	2.2275	2.2500	2.2726	2.2953	2.3181	2.3410	2.3640	2.3871	2.4103	2.4336	2.4570	2.4805	2.5041	2.5278	2.5516	2.5755	2.5995	2.6236	2.6478	2.6721	2.6965	2.7210	2.7456	2.7703	2.7951	2.8200	2.8450	2.8701	2.8953	2.9206	2.9460	2.9715	2.9971	3.0228	3.0486	3.0745	3.1005	3.1266	3.1528	3.1791	3.2055	3.2320	3.2586	3.2853	3.3121	3.3390	3.3660	3.3931	3.4203	3.4476	3.4750	3.5025	3.5301	3.5578	3.5856	3.6135	3.6415	3.6696	3.6978	3.7261	3.7545	3.7830	3.8116	3.8403	3.8691	3.8980	3.9270	3.9561	3.9853	4.0146	4.0440	4.0735	4.1031	4.1328	4.1626	4.1925	4.2225	4.2526	4.2828	4.3131	4.3435	4.3740	4.4046	4.4353	4.4661	4.4970	4.5280	4.5591	4.5903	4.6216	4.6530	4.6845	4.7161	4.7478	4.7796	4.8115	4.8435	4.8756	4.9078	4.9401	4.9725	5.0050	5.0376	5.0703	5.1031	5.1360	5.1690	5.2021	5.2353	5.2686	5.3020	5.3355	5.3691	5.4028	5.4366	5.4705	5.5045	5.5386	5.5728	5.6071	5.6415	5.6760	5.7106	5.7453	5.7801	5.8150	5.8500	5.8851	5.9203	5.9556	5.9910	6.0265	6.0621	6.0978	6.1336	6.1695	6.2055	6.2416	6.2778	6.3141	6.3505	6.3870	6.4236	6.4603	6.4971	6.5340	6.5710	6.6081	6.6453	6.6826	6.7200	6.7575	6.7951	6.8328	6.8706	6.9085	6.9465	6.9846	7.0228	7.0611	7.0995	7.1380	7.1766	7.2153	7.2541	7.2930	7.3320	7.3711	7.4103	7.4496	7.4890	7.5285	7.5681	7.6078	7.6476	7.6875	7.7275	7.7676	7.8078	7.8481	7.8885	7.9290	7.9696	8.0103	8.0511	8.0920	8.1330	8.1741	8.2153	8.2566	8.2980	8.3395	8.3811	8.4228	8.4646	8.5065	8.5485	8.5906	8.6328	8.6751	8.7175	8.7600	8.8026	8.8453	8.8881	8.9310	8.9740	9.0171	9.0603	9.1036	9.1470	9.1905	9.2341	9.2778	9.3216	9.3655	9.4095	9.4536	9.4978	9.5421	9.5865	9.6310	9.6756	9.7203	9.7651	9.8100	9.8550	9.9001	9.9453	9.9906	10.0360	10.0818	10.1278	10.1739	10.2201	10.2664	10.3129	10.3595	10.4062	10.4530	10.5000
---	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------

Table of the Chi-2-distribution

df	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1	0.25	0.5	0.975	0.995
1	0.0000	0.0002	0.0010	0.0039	0.8455	5.0239	6.6349	7.8794	8.1676
2	0.0100	0.0201	0.0506	0.1026	5.9915	7.3778	9.2103	10.5966	10.9773
3	0.0717	0.1148	0.2158	0.3518	7.8147	9.3484	11.3449	12.8382	13.2767
4	0.2070	0.2971	0.4844	0.7107	9.4877	11.1433	13.2767	14.8603	15.4082
5	0.4117	0.5543	0.8312	1.1455	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496	17.5594
6	0.6757	0.8721	1.2390	1.6793	12.5916	14.4494	16.8119	18.5476	19.5529
7	0.9893	1.2390	1.6899	2.1673	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777	21.4201
8	1.3444	1.6465	2.1797	2.7326	15.5073	17.5345	20.0902	21.9550	22.9794
9	1.7359	2.0879	2.7004	3.3251	16.9190	19.0228	21.6660	23.5894	25.1882
10	2.1559	2.5582	3.2470	3.9403	18.3070	20.4832	23.2093	25.1882	26.7568
11	2.6032	3.0535	3.8157	4.5748	19.6751	21.9200	24.7250	26.7568	28.3041
12	3.0738	3.5706	4.4038	5.2260	21.0261	23.3367	26.2170	28.2995	29.9195
13	3.5650	4.1069	5.0088	5.8919	22.3620	24.7356	27.6882	29.8195	31.5999
14	4.0747	4.6604	5.6287	6.5706	23.6848	26.1189	29.1412	31.3193	33.3041
15	4.6009	5.2293	6.2621	7.2609	24.9958	27.4884	30.5779	32.8013	34.9968
16	5.1422	5.8122	6.9077	7.9616	26.2962	28.8454	31.9999	34.2672	36.6711
17	5.6972	6.4078	7.5642	8.6718	27.5871	30.1910	33.4087	35.7185	38.3341
18	6.2648	7.0129	8.2305	9.3905	28.8693	31.5264	34.8053	37.1565	39.9968
19	6.8440	7.6327	8.9067	10.1170	30.1435	32.8523	36.1909	38.5823	41.6594
20	7.4338	8.2604	9.5908	10.8508	31.4104	34.1696	37.5662	39.9968	43.3241
21	8.0337	8.8972	10.2823	11.5913	32.6706	35.4789	38.9322	41.4011	44.9968
22	8.6427	9.5425	10.9829	12.3380	33.9244	36.7807	40.2894	42.7957	46.6711
23	9.2604	10.1957	11.6886	13.0905	35.1725	38.0756	41.6384	44.1813	48.3465
24	9.8862	10.8564	12.4012	13.8484	36.4150	39.3641	42.9798	45.5585	50.0211
25	10.5197	11.5240	13.1197	14.6114	37.6525	40.6465	44.3141	46.9279	51.6968

Table of the t-distribution (df = degrees of freedom)

df	0.001	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1	0.25	0.5	0.975	0.995
1	-318.3088	-63.6567	-31.8205	-12.7062	-6.3138	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567	318.3088
2	-22.3271	-9.9248	-4.9646	-3.1824	-2.9200	2.9200	4.3027	9.9248	22.3271	99.248
3	-10.2145	-5.8409	-4.5407	-3.1824	-2.3534	2.3534	3.1824	5.8409	10.2145	58.409
4	-7.1732	-4.6041	-3.7469	-2.7764	-2.1318	2.1318	2.7764	4.6041	7.1732	46.041
5	-5.8934	-4.0321	-3.3649	-2.5706	-2.0150	2.0150	2.5706	4.0321	5.8934	40.321
6	-5.2076	-3.7074	-3.1427	-2.4469	-1.9432	1.9432	2.4469	3.7074	5.2076	37.074
7	-4.7853	-3.4995	-2.9960	-2.3646	-1.8946	1.8946	2.3646	3.4995	4.7853	34.995
8	-4.5008	-3.3554	-2.8965	-2.3060	-1.8595	1.8595	2.3060	3.3554	4.5008	33.554
9	-4.1437	-3.2498	-2.8214	-2.2622	-1.8331	1.8331	2.2622	3.2498	4.1437	32.498
10	-4.0247	-3.1693	-2.7638	-2.2281	-1.8125	1.8125	2.2281	3.1693	4.0247	31.693
11	-3.9236	-3.0548	-2.7181	-2.2010	-1.7959	1.7959	2.2010	3.0548	3.9236	31.054
12	-3.8520	-3.0123	-2.6503	-2.1788	-1.7823	1.7823	2.1788	3.0123	3.8520	30.650
13	-3.8200	-2.9768	-2.6245	-2.1604	-1.7709	1.7709	2.1604	2.9768	3.8200	30.323
14	-3.7874	-2.9467	-2.6245	-2.1448	-1.7613	1.7613	2.1448	2.9467	3.7874	30.245
15	-3.7328	-2.9166	-2.6245	-2.1314	-1.7531	1.7531	2.1314	2.9166	3.7328	30.245
16	-3.6862	-2.8922	-2.5835	-2.1199	-1.7459	1.7459	2.1199	2.8922	3.6862	30.245
17	-3.6458	-2.8699	-2.5524	-2.1098	-1.7396	1.7396	2.1098	2.8699	3.6458	30.245
18	-3.6105	-2.8484	-2.5254	-2.1009	-1.7341	1.7341	2.1009	2.8484	3.6105	30.245
19	-3.5794	-2.8280	-2.5000	-2.0930	-1.7291	1.7291	2.0930	2.8280	3.5794	30.245
20	-3.5518	-2.8453	-2.5280	-2.0860	-1.7247	1.7247	2.0860	2.8453	3.5518	30.245
21	-3.5272	-2.8314	-2.5176	-2.0796	-1.7207	1.7207	2.0796	2.8314	3.5272	30.245
22	-3.5050	-2.8188	-2.5083	-2.0739	-1.7171	1.7171	2.0739	2.8188	3.5050	30.245
23	-3.4850	-2.8073	-2.4999	-2.0687	-1.7139	1.7139	2.0687	2.8073	3.4850	30.245
24	-3.4668	-2.7969	-2.4922	-2.0639	-1.7109	1.7109	2.0639	2.7969	3.4668	30.245
25	-3.4502	-2.7874	-2.4851	-2.0595	-1.7081	1.7081	2.0595	2.7874	3.4502	30.245
26	-3.4350	-2.7787	-2.4786	-2.0551	-1.7056	1.7056	2.0551	2.7787	3.4350	30.245
27	-3.4210	-2.7707	-2.4727	-2.0518	-1.7033	1.7033	2.0518	2.7707	3.4210	30.245
28	-3.4082	-2.7633	-2.4671	-2.0484	-1.7011	1.7011	2.0484	2.7633	3.4082	30.245
29	-3.3962	-2.7564	-2.4620	-2.0452	-1.6991	1.6991	2.0452	2.7564	3.3962	30.245
30	-3.3852	-2.7500	-2.4573	-2.0423	-1.6973	1.6973	2.0423	2.7500	3.3852	30.245