

Symbolinen laskenta

7.10.2004

1. Esitä laajennettu Eukleideen algoritmi.
2. Olkoot $P, Q \in \mathbb{Q}[x, y]$ polynomeja. Osoita, että $(P) \cap (Q) = (\text{lcm}(P, Q))$.
3. Olkoot $P, Q \in \mathbb{Z}[x]$, $P(\alpha) = 0$ ja $Q(\beta) = 0$. Esitä algoritmi, joka laskee polynomin $S \in \mathbb{Z}[x]$, $S \neq 0$, siten, että $S(\alpha + \beta) = 0$.
4. Muodostavatko polynomit $x + 2y$ ja $2x - y$ Gröbnerin kannan ideaalille, jonka ne virittävät? Käytä monomijärjestyksenä aakkosjärjestystä, jossa $x > y$. Perustele vastauksesi.