Matematiikan laitos
Stokastiset prosessit
18.12.2007

1. Tarkastellaan seuraavaa peliä: Pelaajan alkupääoma on i mk. Kullakin pelikierroksella $n = 1, 2, \ldots$, hän voi voittaa 1 mk:n todennäköisyydellä $p = p_j > 0$, joka riippuu hänen senhetkisestä pääomastaan j, tai hän voi hävitä j mk (so. koko pääomansa) jäljellejäävällä todennäköisyydellä $q_j = 1 - p_j > 0$.
   a) Mallinna peli Markovin ketjuna. (max. 3 p)
   b) Millä todennäköisyydellä pelaaja menettää kaikki rahansa? (max. 6 p)

2. Kauppaan saapuvien asiakkaiden lukumäärä muodostaa Poisson–prosessin. Asiakkaita saapuu keskimäärin 30 tunnissa. Mikä on todennäköisyys, että perättäisten saapumisten väliselle ajalle T pätee
   a) $T \geq 2\,\text{min}$, b) $T \leq 4\,\text{min}$. (max. 3 p)

3. Laitteen eliniän jakauma on Eksp (λ). Kun laite vikaantuu, se korjataan ja korjausajan jakauma on Eksp (μ). Korjauksen jälkeen laite alkaa uudelleen toimintansa. Oletetaan, että laite toimii hetkellä $t = 0$. Laske todennäköisyys, että se toimii mielivaltaisella hetkellä t. (max. 6 p)

4. Tarkastellaan symmetristä sat. kulkua, so

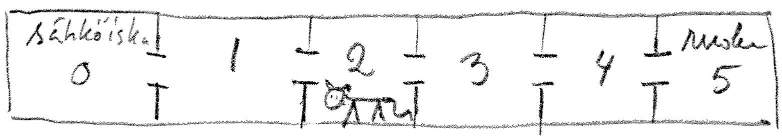
$$S_n \doteq Y_1 + \ldots + Y_n, \quad P(Y_i = \pm 1) = \frac{1}{2}.$$

olkoon $T \doteq \min\{n \geq 1 : S_n = -a \text{ tai } S_n = b\}$, $a, b \geq 1$.
Osoita (käyttäen opt. lop. lauseen seurausta), että

$$ET = ab$$

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Stokastiset prosessit (6op, 3ov)
Tentti 18.12.07

1. Tutkittaessa rotan oppimiskykyä käytettiin seuraavaa lokerosysteemiä:



Alussa rotta pannaan johonkin lokeroista 1,2,3,4, joista se pääsee siirtymään viereisiin lokeroihin seinämissä olevista aukoista. Koe päättyy, kun rotta päätyy lokeroon 5, jossa se saa ruokaa, tai lokeroon 0, jossa se saa pienen sähköiskun. Oppinut rotta siirtyy oikealle ruokaan päin todennäköisyydellä $p > \frac{1}{2}$ ja vasemmalle todennnäköisyydellä $1 - p < \frac{1}{2}$ Rotta pannaan alussa lokeroon 2. Olkoon X_n lokeron numero (rotan sijainti) n lokeron vaihdon jälkeen. Kuvaile rotan liikehdintä Markovin ketjuna. Millä tn:llä rotta päätyy lopulta lokeroon 5?

2. Tarkastellaan Markovin ketjua, jonka tilajoukko on $S = \{0, 1, 2, ...\}$ ja siirtymätn:t

$$p_{k,k-1} = 1, \ k = 1, 2, ...$$

$$p_{0k} = \frac{2}{3^{k+1}}, \ k = 0, 1, 2, ...$$

$$p_{ik} = 0, \ \text{muulloin.}$$

Onko kyseessä kääntyvä MK? Hae tasapainojakauma.

3. Asiakkaita saapuu autohuoltamolle Poissonin prosessin mukaisesti, keskimäärin 5 tunnissa. Huoltomiehet aloittavat työt klo 7.00 ja johtaja saapuu klo 9.00. Eräänä päivänä johtaja totesi saapuessaan, että klo 9.00 mennessä oli tullut 6 asiakasta ja työntekijöiden tikkataulutilasto oli ko. aamulta jo niin pitkä, että huoltoasema oli ilmeisesti ollut pitkän ajan ilman asiakkaita. Laske todennäköisyys sille, että klo 7.00 ja 8.00 välisenä aikana ei ole saapunut yhtään asiakasta ehdolla, että klo 9.00 mennessä on saapunut 6 asiakasta.

4. Tarkastellaan laitetta, joka on kunnossa keskimäärin 4 kk, ja joka kunnossa ollessaan tuottaa 200 e/vrk. Kun laite vikaantuu, paikalle kutsutaan korjaaja. Korjaajan saapuminen kestää keskimäärin 4 vrk ja korjaus keskimäärin 10 vrk. Korjaus maksaa 250 e/vrk. Oletetaan, että kunnossaoloaika, korjaajan saapumiseen kuluva aika ja itse korjausaika ovat eksponentiaalisesti jakautuneita. Mallinna laite SK-prosessina! Hae TP-jakauma! Paljonko laite tuottaa pitkällä aikavälillä per vrk?

[Kokeen palautus (tehtävien ratkaisut ja koepaperit) 14.1. klo 12.45 — C124]

Stokastiset prosessit, tentti 24.1.2008 (6op)

1. Tarkastellaan MK:a, jonka tilajoukko $S=\{1,2,\dots,6\}$ ja siirtymämatriisi

$$P=\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}.$$

a) Hae kaikki ei-triviaalit absorptiojoukot!
b) Määrää absorptiotn:t kaikista lähtötiloista $i=1,\dots,6$ ei-triv. abs. joukkoihin!
[Abs. joukko on ei-triviaali jos se $\neq S$ ja se ei ole kahden erillisen abs. joukon yhdiste.]

2. Tarkast. MK:a, jonka tilajoukko $S=\{0,1,\dots\}$ ja siirtymätn:t

$$\begin{cases} p_{k,k+1} = \frac{1}{2}, & k=0,1,\dots \\ p_{k0} = \frac{1}{2} & \text{— " —} \\ p_{ij} = 0 & \text{muuten.} \end{cases}$$

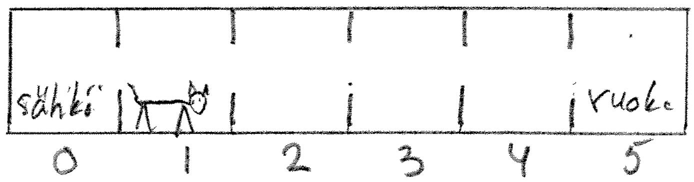
a) Onko tämä MK kääntyvä? b) Hae TP-jakauma!

3. Henkilö A on onkimassa. Olet. että kaloja saadaan Poissonin prosessin mukaisesti, keskimäärin 10 tunnissa. Ongittuaan kerran yhden tunnin A oli saanut saaliikseen vain kaksi kalaa. a) Kuinka harvinainen tämä tapahtuma on? b) Millä tn:llä tämä saalis on saatu viimeisen varttitunnin aikana?

4. Tarkastellaan d:n palvelijan jonotussysteemiä, jossa on yksi yhteinen jono, josta asiakkaat menevät palveltaviksi ("jonotusnumerosysteemi"). Olet. että asiakkaat saapuvat Poisson-prosessin mukaisesti keskimäärin λ asiakasta tunnissa. Olet. että palveluaika on Exp-jakautunut ja on keskim. a (tuntia). Lisäksi oletetaan, että jonottamaan mahtuu kerralla enintään M asiakasta (so. jos M asiakasta jonottaa niin saapuva asiakas poistuu). a) Mallinna systeemi SK-prosessina!
b) Kuinka suuren osan ajasta jonotustila on täynnä (pitkällä aikavälillä)?

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Stokastiset prosessit
Tentti 3.4.2008

1. Tutkittaessa rotan oppimiskykyä käytettiin seuraavaa lokerosysteemiä:



Alussa rotta pannaan johonkin lokeroista 1,2,3,4, joista se pääsee siirtymään viereisiin lokeroihin seinämissä olevista aukoista. Koe päättyy, kun rotta päätyy lokeroon 5, jossa se saa ruokaa, tai lokeroon 0, jossa se saa pienen sähköiskun. Oppinut rotta siirtyy oikealle ruokaan päin todennäköisyydellä $p > \frac{1}{2}$ ja vasemmalle todennnäköisyydellä $1 - p < \frac{1}{2}$ Rotta pannaan alussa lokeroon 2. Olkoon X_n lokeron numero (rotan sijainti) n lokeron vaihdon jälkeen. Kuvaile rotan liikehdintä Markovin ketjuna. Millä tn:llä rotta päätyy lopulta lokeroon 5?

2. Tarkastellaan Markovin ketjua, jonka tilajoukko on $S = \{0, 1, 2, ...\}$ ja siirtymätn:t

$$p_{k,k-1} = 1, \quad k = 1, 2, ...$$

$$p_{0k} = \frac{2}{3^{k+1}}, \quad k = 0, 1, 2, ...$$

$$p_{ik} = 0, \quad \text{muulloin.}$$

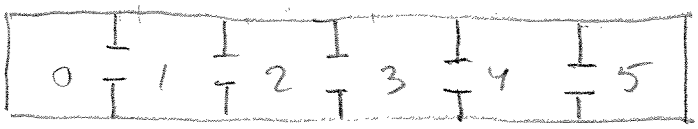
Onko kyseessä kääntyvä MK? Hae tasapainojakauma.

3. Asiakkaita saapuu autohuoltamolle Poissonin prosessin mukaisesti, keskimäärin 5 tunnissa. Huoltomiehet aloittavat työt klo 7.00 ja johtaja saapuu klo 9.00. Eräänä päivänä johtaja totesi saapuessaan, että klo 9.00 mennessä oli tullut 6 asiakasta ja työntekijöiden tikkataulutilasto oli ko. aamulta jo niin pitkä, että huoltoasema oli ilmeisesti ollut pitkän ajan ilman asiakkaita. Laske todennäköisyys sille, että klo 7.00 ja 8.00 välisenä aikana ei ole saapunut yhtään asiakasta ehdolla, että klo 9.00 mennessä on saapunut 6 asiakasta.

4. Elektroniputken katodilta irtoavien elektronien lkm olkoon Poissonin prosessi intensiteettinä λ. Yksityisten elektronien lentoajat katodilta anodille olkoot riippumattomia ja eksponentiaalisesti jakautuneita odotusarvona $\frac{1}{\mu}$. a) Mallinna lennossa olevien elektronien lkm SK-prosessina. b) Määrää lennossa olevien elektronien lkm:n tasapainojakauma.

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Stokastiset prosessit (6 op) Tentti 12.6.2008

1. Tutkittaessa rotan oppimiskykyä käytettiin seuraavaa lokerosysteemiä:



Alussa rotta pannaan johonkin lokeroista 1,2,3,4, joista se pääsee siirtymään viereisiin lokeroihin seinämissä olevista aukoista. Koe päättyy, kun rotta päätyy lokeroon 5, jossa se saa ruokaa, tai lokeroon 0, jossa se saa pienen sähköiskun. Oppinut rotta siirtyy oikealle ruokaan päin todennäköisyydellä $p > \frac{1}{2}$ ja vasemmalle todennäköisyydellä $1 - p < \frac{1}{2}$ Rotta pannaan alussa lokeroon 2. Olkoon X_n lokeron numero (rotan sijainti) n lokeron vaihdon jälkeen. Kuvaile rotan liikehdintä Markovin ketjuna. Millä tn:llä rotta päätyy lopulta lokeroon 5?

2. Tarkastellaan Markovin ketjua, jonka tilajoukko on $S = \{0, 1, 2, ...\}$ ja siirtymätn:t

$$p_{k,k-1} = 1, \ k = 1, 2, ...$$

$$p_{0k} = \frac{2}{3^{k+1}}, \ k = 0, 1, 2, ...$$

$$p_{ik} = 0, \text{ muulloin.}$$

Onko kyseessä kääntyvä MK? Hae tasapainojakauma.

3. Olkoon $N(t)$ Poissonin prosessi, jonka parametri on $\lambda > 0$ ja $0 \leq s < t < u < v$. Miten jakautuu $N(u) - N(t)$ ehdolla $N(v) - N(s) = n$?

4. Elektroniputken katodilta irtoavien elektronien lkm olkoon Poissonin prosessi intensiteettinä λ. Yksityisten elektronien lentoajat katodilta anodille olkoot riippumattomia ja eksponentiaalisesti jakautuneita odotusarvona $\frac{1}{\mu}$. a) Mallinna lennossa olevien elektronien lkm SK-prosessina. b) Määrää lennossa olevien elektronien lkm:n tasapainojakauma.

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Stokastiset prosessit
Tentti 14.08.2008

1. Olkoon $(X_n\,;\,n=0,1,2,\dots)$ Markovin ketju, jonka tilajoukkona on $S=\{1,2,3,4,5\}$ ja siirtymätodennäköisyysmatriisi

$$P=\begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Hae kaikki ei-triviaalit absorptiojoukot.

b) Määrää absorptiotodennäköisyydet *a*)-kohdan absorptiojoukkoihin, kun (X_n) lähtee tilasta 3.

2. Henkilöllä A on kolme euroa. Hän tarvitsee viisi euroa ja hän päättää hankkia puuttuvat kaksi euroa pelaamalla pajatsoa. Kullakin pelikerralla riippumatta aikaisemmista pelikerroista pelaaja A menettää euron todennäköisyydellä $\frac{6}{10}$, voittaa yhden euron todennäköisyydellä $\frac{3}{10}$ ja voittaa kaksi euroa todennäköisyydellä $\frac{1}{10}$. Henkilö A jatkaa pelaamista, kunnes hänellä on vähintään viisi euroa tai on menettänyt kaikki rahansa. Millä todennäköisyydellä A menettää rahansa?

3. Oletetaan, että kirjastoon saapuu asiakkaita toisistaan riippumatta eksponenttijakautunein väliajoin keskimäärin 40 tunnissa. Oletetaan, että asiakas viipyy kirjastossa eksponenttijakautuneen ajan (keskimäärin puoli tuntia). Mallinna kirjastossa olevien asiakkaiden lukumäärä SK-prosessina määräämällä syntymä- ja kuolemaintensiteetit. Paljonko kirjastossa on pitkällä aikavälillä keskimäärin asiakkaita?

4. Populaation yksilö ei saa yhtään jälkeläistä todennäköisyydellä $p>0$, yhden jälkeläisen todennäköisyydellä $\frac{1}{4}(1-p)$ tai kaksi jälkeläistä todennäköisyydellä $\frac{3}{4}(1-p)$. Millä todennäköisyydellä populaatio kuolee sukupuuttoon olettaen, että aluksi populaatio koostuu yhdestä yksilöstä?

5. Olkoon (X_n) MK, jonka tilajoukko $S=\{0,1,\dots,30\}$ ja siirtymätodennäköisyydet ovat

$$p_{ij}=\begin{cases} 1, & \text{kun } j=i-1, i=1,\dots,30 \\ \frac{1}{3}, & \text{kun } i=0, j=9 \\ \frac{2}{3}, & \text{kun } i=0, j=30 \\ 0, & \text{muutoin} \end{cases}$$

a) Onko (X_n) kääntyvä?

b) Määrää ketjun tasapainojakauma.

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Stokastiset prosessit
Tentti 21.10.2008

1. Olkoon $(X_n\,;\, n = 0, 1, 2, \dots)$ Markovin ketju, jonka tilajoukkona on $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ja siirtymätodennäköisyysmatriisi

$$P = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{2}{3} & 0 \end{pmatrix}$$

Oletetaan, että $X_0 = 3$. Millä todennäköisyydellä ketju kulkee tilaan 5 kulkematta ensin tilan 1 kautta?

2. Henkilöt A ja B pelaavat uhkapeliä, jossa A voittaa kierroksen todennäköisyydellä $\frac{1}{3}$ ja B vastaavasti todennäköisyydellä $\frac{2}{3}$. Peli päättyy heti, kun toinen pelaajista on voittanut kaksi peliä enemmän kuin toinen. Millä todennäköisyydellä A voittaa pelin?

3. Lentolippujen varausjärjestelmä käsittää kaksi tietokonetta, joista toinen on on-line ja toinen varalla. Jos on-line kone vioittuu, se korvataan välittömästi varakoneella. Kummankin koneen toiminta-aika on eksponentiaalijakautunut parametrilla μ. On käytettävissä yksi huoltomies, joka ryhtyy välittömästi korjamaan konetta sen vioituttua, jos toinen on kunnossa, muuten saatuaan toisen koneen korjatuksi. Korjausaika on eksponentiaalijakautunut parametrilla λ. Olkoon $X(t)$ hetkellä t toimintakunnossa olevien koneiden lukumäärä. Määrää prosessin $X(t)$ tasapainojakauma.

4. Tarkastellaan kahta uurnaa A ja B. Hetkellä $n = 0$ uurnassa A on N valkoista palloa ja uurnassa B on N mustaa palloa. Kullakin ajanhetkellä $n = 1, 2, \dots$ kummastakin uurnasta valitaan umpimähkään yksi pallo, joiden paikat vaihdetaan.

a) Mallinna systeemi Markovin ketjuna.

b) Onko saatu ketju kääntyvä?

c) Määrää ketjun tasapainojakauma.

5. Populaation yksilö ei saa yhtään jälkeläistä todennäköisyydellä $p > 0$, yhden jälkeläisen todennäköisyydellä $\frac{2}{3}(1-p)$ tai kaksi jälkeläistä todennäköisyydellä $\frac{1}{3}(1-p)$. Millä todennäköisyydellä populaatio kuolee sukupuuttoon olettaen, että aluksi populaatio koostuu yhdestä yksilöstä?

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Stokastiset prosessit
Tentti 16.12.2008

1. Olkoon $(X_n\,;\, n = 0, 1, 2, \ldots)$ Markovin ketju, jonka tilajoukkona on $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ja siirtymätodennäköisyysmatriisi

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{5} & 0 & 0 & \frac{4}{5} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Hae kaikki ei-triviaalit absorptiojoukot.

b) Määrää absorptiotodennäköisyydet *a*)-kohdan absorptiojoukkoihin, kun (X_n) lähtee tilasta 3.

2. Henkilöllä A on kolme euroa. Hän tarvitsee viisi euroa ja hän päättää hankkia puuttuvat kaksi euroa pelaamalla pajatsoa. Kullakin pelikerralla riippumatta aikaisemmista pelikerroista pelaaja A menettää euron todennäköisyydellä $\frac{1}{2}$, voittaa yhden euron todennäköisyydellä $\frac{3}{8}$ ja voittaa kaksi euroa todennäköisyydellä $\frac{1}{8}$. Henkilö A jatkaa pelaamista, kunnes hänellä on vähintään viisi euroa tai on menettänyt kaikki rahansa. Millä todennäköisyydellä A menettää rahansa?

3. Lentolippujen varausjärjestelmä käsittää kaksi tietokonetta, joista toinen on on-line ja toinen varalla. Jos on-line kone vioittuu, se korvataan välittömästi varakoneella. Kummankin koneen toiminta-aika on eksponenttijakautunut parametrilla μ. On käytettävissä yksi huoltomies, joka ryhtyy välittömästi korjamaan konetta sen vioituttua, jos toinen on kunnossa, muuten saatuaan toisen koneen korjatuksi. Korjausaika on eksponenttijakautunut parametrilla λ. *a*) Mallinna toimintakunnossa olevien koneiden lukumäärä Markovin prosessina $X(t)$ määräämällä sen siirtymäintensiteetit sekä *b*) määrää prosessin $X(t)$ tasapainojakauma.

4. Tarkastellaan kahta kulhoa A ja B. Hetkellä $n = 0$ kulhossa A on $N - k$ palloa ja kulhossa B on k palloa. Kullakin ajanhetkellä $n = 1, 2, \ldots$ jokin näistä N:stä pallosta valitaan umpimähkään ja siirretään toiseen kulhoon.

a) Mallinna pallojen lukumäärä kulhossa A Markovin ketjuna.

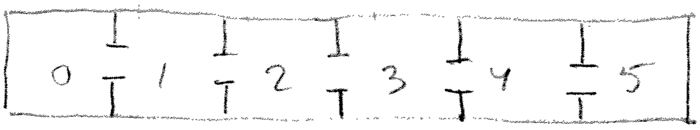
b) Onko saatu ketju kääntyvä?

c) Määrää ketjun tasapainojakauma.

5. Olkoon $N(t)$ Poissonin prosessi, jonka parametri on $\lambda > 0$. Millä todennäköisyydellä $N(7) - N(6) = k$ ehdolla, että $N(8) - N(6) = n$?

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Stokastiset prosessit (6 op) Tentti 26 4/8 2009

1. Tutkittaessa rotan oppimiskykyä käytettiin seuraavaa lokerosysteemiä:



Alussa rotta pannaan johonkin lokeroista 1,2,3,4, joista se pääsee siirtymään viereisiin lokeroihin seinämissä olevista aukoista. Koe päättyy, kun rotta päätyy lokeroon 5, jossa se saa ruokaa, tai lokeroon 0, jossa se saa pienen sähköiskun. Oppinut rotta siirtyy oikealle ruokaan päin todennäköisyydellä $p > \frac{1}{2}$ ja vasemmalle todennnäköisyydellä $1 - p < \frac{1}{2}$ Rotta pannaan alussa lokeroon 2. Olkoon X_n lokeron numero (rotan sijainti) n lokeron vaihdon jälkeen. Kuvaile rotan liikehdintä Markovin ketjuna. Millä tn:llä rotta päätyy lopulta lokeroon 5?

2. Tarkastellaan Markovin ketjua, jonka tilajoukko on $S = \{0, 1, 2, ...\}$ ja siirtymätn:t

$$p_{k,k-1} = 1, \;\; k = 1, 2, ...$$
$$p_{0k} = \frac{2}{3^{k+1}}, \;\; k = 0, 1, 2, ...$$
$$p_{ik} = 0, \;\; \text{muulloin.}$$

Onko kyseessä kääntyvä MK? Hae tasapainojakauma.

3. Olkoon $N(t)$ Poissonin prosessi, jonka parametri on $\lambda > 0$ ja $0 \leq s < t < u < v$. Miten jakautuu $N(u) - N(t)$ ehdolla $N(v) - N(s) = n$?

4. Elektroniputken katodilta irtoavien elektronien lkm olkoon Poissonin prosessi intensiteettinä λ. Yksityisten elektronien lentoajat katodilta anodille olkoot riippumattomia ja eksponentiaalisesti jakautuneita odotusarvona $\frac{1}{\mu}$. a) Mallinna lennossa olevien elektronien lkm SK-prosessina. b) Määrää lennossa olevien elektronien lkm:n tasapainojakauma.

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Stokastiset prosessit / Nummelin
Loppukoe 11.6.2009

1. Varaosavaraston tavaramäärä tarkastetaan joka ilta. Jos varasto on tyhjillään, se täydennetään yön aikana määrään 2 kpl. Kysyntä päivän aikana on satunnaismuuttuja Y, jonka jakauma on $P(Y = 0) = 0,5$, $P(Y = 1) = 0.3$, $P(Y = 2) = 0.2$. Eri päivien kysynnät ovat riippumattomia.
a) Kuvaile varaston tavaramäärää eri päivien lopussa Markovin ketjulla.
b) Määrää keskimääräinen varaston suuruus päivän lopussa pitkällä aikavälillä.

2. Populaation yksilö tuottaa 0 jälkeläistä tn:llä p (> 0), yhden jälkeläisen tn:llä $\frac{1-p}{3}$, kaksi jälkeläistä tn:llä $\frac{1-p}{3}$, ja kolme jälkeläistä myös tn:llä $\frac{1-p}{3}$. Millä tn:llä populaatio kuolee sukupuuttoon?

3. Poissonin prosessin insidenssejä (so. hyppyhetkiä) tarkastellaan toistokokeen tapaan siten, että insidenssi poistetaan todennäköisyydellä q. Jäljelle jääneistä insidensseistä muodostuu ns. ohennettu Poissonin prosessi.
a) Miksi kyseessä on Poissonin prosessi?
b) Mikä on ohennetun Poissonin prosessin intensiteetti?

(Vihje: Tarkastele mitä tapahtuu "lyhyellä" aikavälillä $(t, t+h)$!)

4. Tehtaassa on N identtistä konetta, joita käytetään ja korjataan toisistaan riippumatta. Kunnossaoleva kone on aina käytössä ja se kestää rikkoutumatta ajan, joka noudattaa eksponentiaalijakaumaa parametrilla λ. Kun kone rikkoutuu, sen käyttö keskeytyy korjauksen ajaksi. Korjaus alkaa heti ja siihen kuluva aika noudattaa eksponentiaalijakaumaa parametrilla μ.
a) Mallinna systeemi syntymä- ja kuolemaprosessina, so. määritä int. matriisi Q!
b) Montako konetta on keskimäärin korjattavana?