

Stationaariset aikasarjat kl 2009 - II välikoe (5.5.2009, klo 13-15 A111)

1. Selvitä Hannanin ja Rissasen mallinvalintamenetelmän pääperiaatteet.
2. Erästä selvästi stationaarisesta ja kausivaihtelua mahdollisesti sisältävästä neljännesvuosittaisesta aikasarjasta oli käytettävissä 200 havaintoa. Sarjalle valittiin kurssilla esitetyjä menetelmiä käyttäen AR(5)-malli, joka osoittautui tarkistuksissa riittäväksi. Otoskeskiarvolla keskiastetut havainnot (\bar{y}_t) käyttäen saatiin normaalijakaumaan perustuvalla suurimman uskottavuuden menetelmällä estimoiduksi malliksi

$$\bar{y}_t = \underset{(0.06)}{0.84} \bar{y}_{t-1} - \underset{(0.06)}{0.06} \bar{y}_{t-2} + \underset{(0.06)}{0.02} \bar{y}_{t-3} + \underset{(0.06)}{0.76} \bar{y}_{t-4} - \underset{(0.06)}{0.64} \bar{y}_{t-5} + \hat{\varepsilon}_t, \quad \hat{\sigma}^2 = 1.15,$$

jossa suluissa on esitetty estimaattoreiden likimääräiset keskivirheet. Viittaavatko estimointitulokset mielestäsi siihen, että jonkin tyyppinen kausivaihtelumalli sopisi aineistoon? Jos viittaavat, niin selvitä millainen kausivaihtelumalli voisi tulla kysymykseen ja esitä perustelu ehdottamallasi mallille sekä mallin määrittely-yhtälö kaikkine oletuksineen.

3. Määrittele huolellisesti GARCH(1,1)-malli. Johda lisäksi välttämätön ehto heikolle stationaarisuudelle.
4. Tarkastellaan stationaarista AR(p)-mallia

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim \text{nid}(0, \sigma^2).$$

- (i) Osoita, että y_t :n ehdollinen varianssi ehdolla $\{y_{t-1}, y_{t-2}, \dots\}$ on σ^2 eli kaavana $\text{Var}_{t-1}(y_t) = \sigma^2$.
- (ii) Oletetaan, että edellä esitetyn AR(p)-mallin parametrit on estimoitu havaitusta aikasarjasta y_1, \dots, y_T suurimman uskottavuuden menetelmällä. Miten tutkit mallista seuraavan oletuksen $\text{Var}_{t-1}(y_t) = \sigma^2$ realismuutta eli sitä onko havainnot tuottanut prosessi mahdollisesti ehdollisesti heteroskedastinen?