

Loppukoe 4.3.2008

Kirjoita vastauspaperiin **nimesi** lisäksi **opiskelijanumero** tai **henkilötunnus**

1. Selitä lyhyesti (sanoin tai kaavoin) seuraavien käsitteiden merkitys

- a) pisteprosessin intensiteettifunktio
- b) parikorrelaatiofunktio
- c) Monte Carlo varianssi
- d) pseudo-uskottavuusfunktio
- e) log-normaali Cox-prosessi
- f) spatiaalinen Markov-ominaisuus

2. Tarkastellaan rajoitetulla alueella $S \subset \mathcal{R}^d$ määritettyä parittaisten vuorovai-
kutusten pisteprosessia, jolla on standardi Poisson-prosessin suhteen määri-
tely tiheysfunktio

$$f(x) \propto h(x) = \prod_{y \subseteq x} \phi(y),$$

missä $\phi(y) = 1$, jos $n(y) = 0$ tai $n(y) > 2$.

a) Esitä mahdollisimman yksinkertainen lauseke tällaiseen prosessiin liit-
tyvälle Papangeloun ehdolliselle intensiteetille

$$\lambda^*(x, \xi) = \frac{f(x \cup \xi)}{f(x)}, \quad \xi \notin x.$$

b) Selitä, miksi prosessin sanotaan olevan attraktiivinen, jos kaikilla $x \subset$
 y

$$\lambda^*(x, \xi) \leq \lambda^*(y, \xi).$$

c) Oletetaan, että vuorovaikutusfunktioille ϕ on määritetty parametrinen
malli ϕ_θ , jonka parametrivektorin θ arvo halutaan estimoida proses-
sin osittaisesta realisaatiosta x_W , missä $W \subset S$ on havaintoikkuna ja
 S :n rajat kaukana W :stä. Kuvaille lyhyesti kaksi estimointiin liittyvää,
spatiaalisille malleille ominaista, ongelmaa ja molemmille yksi lähes-
tymistapa mahdolliseen ratkaisuun (siis menetelmien perusidea, ei yk-
sityiskohtia).

3. a) Mitä tarkoittaa se, että $X \subset S \subseteq \mathcal{R}^d$ on Poisson prosessi intensiteetti-funktiolla $\rho : S \rightarrow [0, \infty)$?
- b) Kuvaa kaksi menetelmää homogeenisen Poisson-prosessin simulointiin reaaliavälillä $S = [a, b]$ ($d = 1$).
4. Mitä eroa on Cox-prosessilla ja heterogeenisellä Poisson-prosessilla? Minkälaisissa tilanteissa Cox-prosessin käyttö on perustellumpaa?