HY / Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Rahoitusteoria

1. välikoe
7.3.2005

1. Määrittele seuraavat rahoitusteorian peruskäsitteet:
   (a) arbitraasivapaus,
   (b) täydellisyys,
   (c) otaksuma tehokkaista markkinoista.

2. Olkoon $(B, S, \Omega, \mathscr{F}, \mathbf{P})$ yhden askeleen arbitraasivapaa hinnoittelumalli, missä $\Omega = \{1, \ldots, m\}$ on äärellinen. Oletamme, että jokaisella digitaalioptiolla $\mathbf{1}_{\{i\}}$, $i = 1, \ldots, m$, on olemassa jokin arbitraasivapaa hinta.

   Olkoon F ehdollinen vaade.
   (a) Laske jokin F:n arbitraasivapaa hinta digitaalioptioiden hintojen avulla.
   (b) Osoita, että F:n arbitraasivapaa hinta on yksikäsitteinen jos ja vain jos digitaalioptioiden arbitraasivapaat hinnat ovat yksikäsitteisiä.

3. Olkoon $(B, S, \Omega, \mathscr{F}, \mathbb{F}, \mathbf{P})$ dynaaminen hinnoittelumalli, jolla on ekvivalentti martingaalimitta $\mathbf{Q}$. Osoita, että $(B, S, \Omega, \mathscr{F}, \mathbb{F}, \mathbf{P})$ arbitraasivapaa.

4. Olkoon $(B, S, \Omega, \mathscr{F}, \mathbb{F}, \mathbf{P})$ arbitraasivapaa dynaaminen hinnoittelumalli. Olkoon c^{call} eurooppalaisen osto-option $(S_T - K)^+$ arbitraasivapaa hinta ja c^{put} vastaavan myyntioption $(K - S_T)^+$ arbitraasivapaa hinta. Osoita, että aina on voimassa osto–myynti-pariteetti

$$c^{\text{put}} = KB_T + c^{\text{call}} - S_0.$$

HY / Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Rahoitusteoria

1. kurssikoe
ma 24.10.2005

1. Tarkastelemme keskeistä lelumallia. Korko $r = 0$ ja osakkeen S kehitystä kuvaa kaavio

$$
\begin{array}{llll}
 & & S_1(1) = 200\,€ & \text{tn:llä } 90\% \\
 & & \nearrow & \\
S_0 = 100\,€ \longrightarrow & S_1(\omega) & & \\
 & & \searrow & \\
 & & S_1(0) = 90\,€ & \text{tn:llä } 10\%.
\end{array}
$$

Laske *digitaalioption* $\mathbf{1}_{\{S_1 = 200\,€\}}$ tasapuolinen hinta.

2. Muotoile ja todista *ylisuojausdualiteetti.*

3. Mitä *otaksuma tehokkaista markkinoista* sanoo?

4. Osoita *diskreettiaikaisen rahoitusteorian I päälauseen helpompi puoli*: dynaaminen hinnoittelumalli $(B, S, \Omega, \mathcal{F}, \mathbb{F}, \mathbf{P})$ on arbitraasivapaa, jos siinä on ekvivalentti martingaalimitta.