

1. Ratkaise simpleksimenetelmällä LO-tehtävä

$$\min q = x_1 - 2x_2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$2x_1 + x_2 - 4 \geq 0$$

$$-x_1 - 2x_2 + 5 \geq 0$$

$$3x_1 - 2x_2 - 3 \geq 0.$$

2. Muodosta seuraavan LO-tehtävän duaali:

$$\min q = 10x_1 + x_2 + 42x_3 + 52x_4$$

$$x_3, x_4 \geq 0$$

$$-2x_1 - x_2 - x_3 - 3x_4 = -2$$

$$-3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -7$$

$$-3x_1 - x_2 - 4x_3 - x_4 \geq -1$$

$$3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 \geq 9.$$

Ratkaise tehtävä ja duaalitehtävä käyttämällä yhteistä vaihtokaaviota.

3. Määritä matriisin A definiittisyysluokka kaikilla arvoilla $x \in \mathbb{R}$, kun

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3x & -1 \\ -x & 4 & x \\ 1 & 3x & 2 \end{bmatrix}.$$

4. Ratkaise simpleksimenetelmällä KO-tehtävä

$$\min q = x_1^2 + 8x_2^2 + 4x_1x_2 - 2x_1 - 6x_2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$-2x_1 - 3x_2 + 3 \geq 0$$

$$-x_1 - 4x_2 + 1 \geq 0.$$

1. Ratkaise simpleksimenetelmällä LO-tehtävä

$$\min q = -x_1 + 2x_2 - 4x_3 - x_4$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

$$x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 \geq 1$$

$$-2x_1 \quad - 2x_3 \quad \geq -3$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 \geq 2.$$

2. Muodosta seuraavan LO-tehtävän duaali:

$$\min q = 6x_1 - 3x_2 + 8x_3 + 10x_4$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

$$-x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 \leq -2$$

$$2x_1 + x_2 \quad + x_4 \leq 6$$

$$-4x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 \leq -1.$$

Ratkaise tehtävä ja duaalitehtävä käyttämällä yhteistä vaihtokaaviota.

3. (Teoriatehtävä) Olkoon $S \subset \mathbb{R}^n$ epätyhjä konvekssi joukko ja $f : S \rightarrow \mathbb{R}$ konvekssi funktio. Todista, että jokainen f :n lokaali minimi on myös globaali minimi.

4. Ratkaise KO-tehtävä

$$\max q = 20x_1 - 12x_2 - 3x_1^2 - 6x_2^2 + 8x_1x_2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$x_1 - 2x_2 - 2 \geq 0$$

$$x_1 - x_2 - 8 \leq 0.$$

1. Ratkaise simpleksimenetelmällä LO-tehtävä

$$\min q = x_1 - 2x_2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$2x_1 + x_2 - 4 \geq 0$$

$$-x_1 - 2x_2 + 5 \geq 0$$

$$3x_1 - 2x_2 - 3 \geq 0.$$

2. Muodosta seuraavan LO-tehtävän duaali:

$$\min q = 10x_1 + x_2 + 42x_3 + 52x_4$$

$$x_3, x_4 \geq 0$$

$$-2x_1 - x_2 - x_3 - 3x_4 = -2$$

$$-3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -7$$

$$-3x_1 - x_2 - 4x_3 - x_4 \geq -1$$

$$3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 \geq 9.$$

Ratkaise tehtävä ja duaalitehtävä käyttämällä yhteistä vaihtokaaviota.

3. Määritä matriisin A definiittisyysluokka kaikilla arvoilla $x \in \mathbb{R}$, kun

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3x & -1 \\ -x & 4 & x \\ 1 & 3x & 2 \end{bmatrix}.$$

4. Ratkaise simpleksimenetelmällä KO-tehtävä

$$\min q = x_1^2 + 8x_2^2 + 4x_1x_2 - 2x_1 - 6x_2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$-2x_1 - 3x_2 + 3 \geq 0$$

$$-x_1 - 4x_2 + 1 \geq 0.$$

Optimointi 1
Loppukoe
24.5.2005

1. Eräs ruokakauppa on arkisin auki 9.00-20.00. Kauppias arvioi, että kassoja (kassahenkilökuntaa) tarvitaan vähintään 2 ajalle 9.00-11.00, 4 ajalle 11.00-13.00, 3 ajalle 13.00-16.00, 5 ajalle 16.00-19.00 ja 2 ajalle 19.00-20.00. Kassojen työvuorot ovat 9.00-16.00, 11.00-18.00 ja 13.00-20.00. Kuinka monta kassaa kuhunkin vuoroon tarvitaan, kun kauppias haluaa minimoida palkkakustannukset, jotka ovat kaikissa vuoroissa henkeä kohti samat? Käytä simpleksimenetelmää (suoraan saatua oikeatakaan vastausta ei hyväksytä) ja anna kaikki ratkaisut.

2. Määritä lineaarisen optimointitehtävän

$$\begin{aligned}\min q &= x_1 + 3x_2 + 2x_3 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 4 &\geq 0 \\ 2x_1 - 3x_3 - 2 &\geq 0 \\ -x_1 + x_2 + 3 &\geq 0\end{aligned}$$

duaali. Ratkaise sekä primaali- että duaaliongelman käyttämällä yhteistä vaihtokaaviota.

3. Ratkaise kaikilla $\kappa \geq 0$ kustannusvektoriltaan parametrisoitu lineaarinen optimointitehtävä (eli kustannusvektorin parametrisointitehtävä)

$$\begin{aligned}\min q &= (1 + \kappa)x_1 + x_2 - (2 + \kappa)x_3 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \\ -x_1 - x_2 + 3x_3 - 2 &\leq 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 1 &\geq 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 + 1 &\geq 0\end{aligned}$$

ja anna määrittelyjoukko.

4. Ratkaise kvadraattisen optimoinnin simpleksimenetelmällä tehtävä

$$\begin{aligned}\min q &= x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1x_2 - 8x_1 + 6x_2 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \\ -x_1 + x_2 &\geq 2 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 10.\end{aligned}$$