

## 1. välikoe 10.3.2008

Vastaa kolmeen kysymykseen. Merkitse selkeästi, mitkä vastaukset tulee arvostella! Kukin tehtävä on kuuden pisteen arvoinen. Palauta kysymykset.

1. Selitä pääpiirteissään: a) Suurten lukujen laki. Millaisia eri versioita siitä on olemassa? b) Keskeinen raja-arvolause. Millaisia eri versioita siitä on olemassa? c) Slutskyn lause. d) Cramerin lause.

2.

a) Olkoon  $y_t$  heikosti stationaarinen ARMA( $p, q$ )-prosessi. Mitä stokastista suuruusluokkaa se on? (1 p)

b) Olkoon prosessi  $y_{1t}$  satunnainen aikatrendin ympärillä:

$$y_{1t} = \beta_1 t + u_{1t}.$$

Yllä  $\beta_1 \neq 0$  on vakiokerroin,  $u_{1t}$  on heikosti stationaarinen prosessi ja  $t = 1, 2, \dots$ . Onko  $y_{1t}$ :n stokastinen suuruusluokka  $O_p(t^{-1})$ ,  $O_p(1)$  vai  $O_p(t)$ ? Onko se myös  $O_p(t^2)$ ? Perustele. (2 p)

c) Olkoon prosessi  $y_{2t}$  niinkään satunnainen aikatrendin ympärillä:

$$y_{2t} = \beta_2 t + u_{2t}.$$

Yllä  $\beta_2 \neq 0$  on vakiokerroin,  $u_{2t}$  on heikosti stationaarinen prosessi ja  $t = 1, 2, \dots$ . Mitä stokastista suuruusluokkaa prosessi  $y_{1t} + y_{2t}$  yleensä on? Missä erikoistilanteessa  $y_{1t} + y_{2t}$  on  $O_p(1)$ ? Onko tulos ristiriidassa Davidsonin ja MacKinnonin kirjan sivun 111 säännön  $O_p(T^a) \pm O_p(T^b) = O_p(T^{\max(a,b)})$  kanssa? Selitä. Milloin  $y_{1t} + y_{2t}$  on jopa pienempää suuruusluokkaa kuin  $O_p(1)$ ? (3 p)

3.

Noudattakoon aikasarja  $y_t$  AR( $p$ )-prosessia

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t,$$

jossa polynomien  $1 - \phi_1 z - \dots - \phi_p z^p = 0$  juuret sijaitsevat kompleksitasoon piirretyn yksikköympyrän ulkopuolella,  $\varepsilon_t \sim \text{IID}(0, \sigma^2)$  ja  $E(\varepsilon_t^4) < \infty$ . Hahmottele pääpiirteissään parametrien  $c, \phi_1, \dots, \phi_p$  PNS-estimaattorien asymptoottisen jakauman johto.

#### 4. Pohditaan mallia

$$\mathbf{y}_t = \boldsymbol{\beta}' \mathbf{z}_t + \mathbf{u}_t.$$

Siinä  $\mathbf{y}_t$  on selitettävistä muuttujista koostuva  $n \times 1$  -vektori,  $\mathbf{z}_t$  on selittävistä muuttujista koostuva  $m \times 1$  -vektori ja  $\mathbf{u}_t$  on virhetermeistä koostuva  $n \times 1$  -vektori. Osa ( $n \leq k$ ) selittävistä muuttujista on endogeenisia ja loput ( $n - k$ ) ennalta määräytyneitä (predetermined). (Kirjan jakso 9.2.)

a) Mitä tarkoitetaan endogeenisellä ja ennalta määräytyneellä muuttujalla? Mitä tarkoitetaan simultaaniharhalla, mistä se johtuu ja miten se ilmenee?

b) Mikä on instrumenttimuuttuja? Mitä hyötyä siitä on? Kommentoi asymp-totiikan merkitystä vastauksessasi.

c) Mitä tarkoitetaan parametrivektorin identifioituvuudella? Milloin parametrivektori  $\boldsymbol{\beta}$  on identifioituva (esitä kirjan kaksi ehtoa)?