

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Matemaattisen analyysin jatkokurssi
Korvaava kurssikoe
19.5.2009

1. Tarkastellaan funktiota $f(x, y) = x^2y + xe^{2y}$.
 - a) Mihin suuntaan f kasvaa nopeimmin pisteessä $(2, 0)$?
 - b) Muodosta f :n kokonaisdifferentiaali pisteessä $(2, 0)$.
 - c) Muodosta f :n Hessen matriisi pisteessä $(2, 0)$.
2. Etsi käyrän $17x^2 + 12xy + 8y^2 = 100$ origoa lähimmät ja etäisimmät pisteet.
3. Osoita, että funktio $f(x, y) = x^3 + y^3 + 3xy$ on konkaavi joukossa

$$A = \left\{ (x, y) \mid x \leq -\frac{1}{2}, y \leq -\frac{1}{2} \right\}.$$

Etsi f :n suurin arvo joukossa A .

4. Ratkaise differentiaaliyhtälö $y' + 3x^2y = 12x^2$ alkuehdolla
 - a) $y(1) = 5$
 - b) $y(1) = 4$.

Tämän kokeen koeaika on 2 tuntia.

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Matemaattisen analyysin jatkokurssi
Korvaava 2. kurssikoe
11.6.2009

1. Tarkastellaan funktiota $f(x, y) = -x^4 - y^2 + 3y$.
 - a) Osoita, että f on konkaavi \mathbb{R}^2 :ssa ja etsi sen suurin arvo.
 - b) Mihin suuntaan f kasvaa nopeimmin pisteessä $(3, 4)$?
2. Etsi funktion $f(x, y) = 2x^2 + y^2 - 4x - 6y$ pienin arvo joukossa

$$A = \{(x, y) \mid x + 3y \leq 3, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

3. Määritä käyrän $x^6 + y^6 = 1$ suurin ja pienin etäisyys origosta.
4. Ratkaise alkuarvot tehtävä

$$y' = 4y - 5y^2, y(1) = \frac{1}{2}.$$