

Matemaattinen logiikka

1. Välikoe

20.10.08

1. Olkoon S kokoelma propositiolauseita ja A propositiolause. Oletetaan, että kaikilla propositiolauseilla B , $S \cup \{\neg A\} \vdash B$. Näytä käyttämättä täydellisyyslausetta, että $S \vdash A$.

2. Olkoon M L -strukturi ja $\forall v_0 \phi$ L -lause. Oletetaan, että kaikilla $a \in M$ löytyy vakio $c \in L$ niin, että $c^M = a$. Näytä, että löytyy vakio $c \in L$, jolla $M \models \phi(c/v_0) \rightarrow \forall v_0 \phi$.

3. Olkoon $M = (\{0, 1, 2\}, \{(0, 1), (1, 2), (2, 0)\})$. Mitkä ovat struktuurin M määriteltävät osajoukot?

4. Olkoon $L = \emptyset$ ja $T = \{\forall v_0 \forall v_1 (v_0 = v_1)\}$ L -teoria. Onko T täydellinen?