

Institutionen för matematik och statistik
Logik I
Kursförhör 1
29.2.2008

1. Konstruera en med satsen (propositionssatsen) $\neg(p_0 \wedge \neg p_1) \wedge (p_0 \vee \neg p_1)$ logiskt ekvivalent sats, som är i
 - (a) disjunktiv normalform.
 - (b) konjunktiv normalform.
2. Vi undersöker satsen $A = \neg(p_0 \rightarrow p_1) \vee (\neg p_0 \vee p_1)$. Är A en tautologi? Konstruera i såfall ett semantiskt bevis för detta. Om A inte är en tautologi, så bestäm då en sådan sanningsfördelning v att $v(\neg A) = t$.
3. Konstruera en härledning (naturlig deduktion) som visar att

$$\{A \vee B, \neg\neg\neg B\} \vdash A.$$

4. Lös antingen (a) eller (b) enligt eget val:
 - (a) Konstruera en härledning (naturlig deduktion) som visar att $A \vee \neg A$ är en tautologi.
 - (b) Låt $M = \{1, 2, 3, 4\}$ och $L = \{c_0, c_1, P_0(x)\}$. Vi definierar en L -modell \mathcal{M} genom att låta $\text{dom}(\mathcal{M}) = M$, $c_0^{\mathcal{M}} = c_1^{\mathcal{M}} = 3$ och $P_0^{\mathcal{M}} = \{1, 2\}$. Låt $w : \{x_0, x_1, x_2, \dots\} \rightarrow M$,

$$w(x_n) = \begin{cases} 2, & \text{då } n \text{ är jämnt} \\ 3, & \text{då } n \text{ är udda.} \end{cases}$$

Vilka av följande påståenden är sanna och vilka är inte? Här räcker korta koncisa motiveringar.

- (i) $\mathcal{M} \models_w P_0(x_{40})$
- (ii) $\mathcal{M} \models_w P_0(x_7)$
- (iii) $\mathcal{M} \models_w P_0(c_0)$
- (iv) $\mathcal{M} \models_{w(x_6/3)} \neg P_0(x_6)$
- (v) $\mathcal{M} \models_w \exists x_6 \neg P_0(x_6)$
- (vi) $\mathcal{M} \models_w \forall x_6 P_0(x_6)$