Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Logiikka I
1. kurssikoe
29.2.2008

1. Konstruoi propositiolauseen $\neg(p_0 \wedge \neg p_1) \wedge (p_0 \vee \neg p_1)$ kanssa loogisesti ekvivalentti propositiolause, joka on

   (a) disjunktiivisessa normaalimuodossa.

   (b) konjunktiivisessa normaalimuodossa.

2. Tarkastellaan propositiolausetta $A = \neg(p_0 \rightarrow p_1) \vee (\neg p_0 \vee p_1)$. Onko A tautologia? Jos on, niin esitä tälle semanttinen todistus. Jos A ei ole tautologia, niin etsi sellainen totuusjakauma v, että $v(\neg A) = t$.

3. Esitä luonnollinen päättely, joka osoittaa, että $\{A \vee B, \neg\neg\neg B\} \vdash A$.

4. Ratkaise valintasi mukaan joko (a) tai (b):

   (a) Esitä luonnollinen päättely, joka osoittaa, että $A \vee \neg A$ on tautologia.

   (b) Olkoon $M = \{1, 2, 3, 4\}$ ja $L = \{c_0, c_1, P_0(x)\}$. Määritellään L-malli $\mathcal{M}$ asettamalla $\mathrm{dom}(\mathcal{M}) = M$, $c_0^{\mathcal{M}} = c_1^{\mathcal{M}} = 3$ ja $P_0^{\mathcal{M}} = \{1, 2\}$. Olkoon $w : \{x_0, x_1, x_2, \dots\} \rightarrow M$,

$$w(x_n) = \begin{cases} 2, & \text{kun } n \text{ on parillinen} \\ 3, & \text{kun } n \text{ on pariton.} \end{cases}$$

   Mitkä seuraavista väitteistä ovat tosia ja mitkä eivät? Tässä riittävät lyhyet ja ytimekkäät perustelut.

   (i) $\mathcal{M} \models_w P_0(x_{40})$

   (ii) $\mathcal{M} \models_w P_0(x_7)$

   (iii) $\mathcal{M} \models_w P_0(c_0)$

   (iv) $\mathcal{M} \models_{w(x_6/3)} \neg P_0(x_6)$

   (v) $\mathcal{M} \models_w \exists x_6 \neg P_0(x_6)$

   (vi) $\mathcal{M} \models_w \forall x_6 P_0(x_6)$

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Logiikka I
1. kurssikoe
3.4.2008

HUOM! Tämä on kurssikokeen korvaavana kokeena kahden tunnin koe, noin klo. 16-18. Pyydä valvojaa merkitsemään vastauspaperiin sisäänjättöaika.

1. Konstruoi propositiolauseen $(\neg p_0 \vee \neg p_1) \wedge \neg(\neg p_0 \wedge \neg p_1)$ kanssa loogisesti ekvivalentti propositiolause, joka on
   (a) disjunktiivisessa normaalimuodossa.
   (b) konjunktiivisessa normaalimuodossa.
2. Tarkastellaan propositiolausetta $A = (p_0 \to p_1) \wedge (p_1 \vee \neg p_0)$. Onko A tautologia? Jos on, niin esitä tälle semanttinen todistus. Jos A ei ole tautologia, niin etsi sellainen totuusjakauma v, että $v(\neg A) = t$.
3. Esitä luonnollinen päättely, joka osoittaa, että $\{\neg A \vee B, \neg\neg A\} \vdash \neg\neg B$.
4. Esitä luonnollinen päättely, joka osoittaa, että $\{\neg A \wedge \neg B\} \to \neg(A \vee B)$.

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Logiikka I
Vaihtoehtoinen 1. kurssikoe
23.2.2009

1. Tarkastellaan seuraavaa kaupunkiverkkoja koskevaa väitettä: *Jos Pariisista on yhteys Lontooseen mutta Lontoosta ei ole yhteyttä Pariisiin, niin Pariisista on yhteys Prahaan.* Formalisoi väite kaupunkiverkkojen kielellä ja tutki, onko se tautologia kaupunkiverkoissa.

2. Esitä semanttinen todistus propositiolauseelle $\neg p_0$ lauseista $\neg(p_0 \wedge p_1)$ ja $p_0 \leftrightarrow p_1$.

3. Osoita formaalisti ns. luonnollisella päättelyllä

$$\{\neg(p_0 \wedge p_1), p_0 \rightarrow p_1\} \vdash \neg p_0$$

4. Osoita, että

$$\{\neg(p_0 \wedge p_1), p_0 \rightarrow p_1\} \nvdash \neg(p_0 \vee p_1).$$

(Vihje: Käytä eheyslausetta.)

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Logiikka I

1. kurssikoe

27.2.2009

1. Formalisoi väite *Hesse on suuri kirja, jos ja vain jos Matisse ei ole Chagallin alla* kirjahyllyjen kielessä ja esitä sen konjunktiivinen normaalimuoto.

2. Todista semanttisen puun avulla, että propositiolause $(p_0 \wedge p_1) \to p_2$ on propositiolauseen $p_0 \to (p_1 \to p_2)$ looginen seuraus.

3. Osoita formaalisti ns. luonnollisella päättelyllä

$$\{p_0, \neg p_0 \vee \neg p_1\} \vdash \neg p_1$$

4. Osoita eheyslauseen avulla, että propositiolause p_2 on lauseiden p_0 ja $(p_0 \vee p_1) \to p_2$ looginen seuraus. (Vihje: Esitä sopiva formaali päättely ja kerro, mitä eheyslause siitä sanoo.)