Institutionen för matematik och statistik
Linjäralgebra och matrisräkning I
Kursprov 15.10. 2008

1.

(a) Låt

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ och } B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

vara matriser i vektorrummet $\mathbb{R}^{2\times 2}$. Gäller likheten $AB = BA$?

(b) Lös det lineära ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \\ -2x_1 - 2x_2 + x_3 = -9 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$$

med hjälp av Gauss eller Gauss-Jordan eliminering.

2.

(a) Definiera begreppet en invertibel matris.

(b) Bestäm den inversa matrisen till matrisen

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3\times 3}.$$

3. Låt V vara ett vektorrum och $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$ en fri följd i V. Definiera $\bar{w}_1 = \bar{v}_1$, $\bar{w}_2 = \bar{v}_1 - \bar{v}_2$ och $\bar{w}_3 = \bar{v}_1 - \bar{v}_2 - \bar{v}_3$. Är följden $(\bar{w}_1, \bar{w}_2, \bar{w}_3)$ fri i vektorrummet V ?

4. Utgör följden

$$\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \right)$$

en bas för vektorrummet $\mathbb{R}^4$?

Obs. Kom ihåg att motivera dina svar !