HELSINGIN YLIOPISTO
HELSINGFORS UNIVERSITET
UNIVERSITY OF HELSINKI

Institutionen för matematik och statistik
Lineär algebra och matrisräkning II
Kursförhör 13.12.2006

1. Låt $P = (1, -1, 1)$, $Q = (2, 3, -1)$, $R = (0, 4, 1)$ och $S = (-1, 0, 2)$. Bestäm tetraederns $PQRS$ volym.

2. I följande tabell antalet studeranden y som avbryter en viss kurs i matematik efter tiden t (i veckor) av de studeranden som anmält sig till kursen.

t veckor	0	1	3	6
y antalet som avbryter	2	3	7	12

   (a) Anpassa en linje till punktmängden genom att använda minsta kvadratsummans metod.
   (b) Kursen pågår 13 veckor. Förutspå antalet studerande som avbryter kursen.

3. Låt $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ vara den lineära avbildningen

$$A\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 \end{bmatrix}$$

och

$$\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{och} \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Bestäm matrisen $M(A; S' \leftarrow S)$ till lineär avbildningen A med avseende på baserna $S = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2)$ och $S' = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3)$.

4. Diagonalisera ortogonalt den symmetriska matrisen

$$A = \begin{bmatrix} 16 & -4 \\ -4 & 1 \end{bmatrix},$$

dvs. bestäm den matris P, som ortogonalt diagonaliserar matrisen A, och beräkna $P^T AP$.

Svara på kursförfrågan

`http://mathstat.helsinki.fi/kurssit/kysely/index.sv.html`

genast efter tenten!

HELSINGIN YLIOPISTO
HELSINGFORS UNIVERSITET
UNIVERSITY OF HELSINKI

Institutionen för matematik och statistik
Lineär algebra och matrisräkning II
Kursförhör 14.12.2005

1. Låt $L\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ vara den lineära avbildningen
$$L(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -x_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ var } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2.$$
   (a) Undersök huruvida L är en isomorfism.
   (b) Bestäm Ker(L) och Im(L).

2. Låt $P = (2,2,0)$, $Q = (0,4,1)$ och $R = (-1,2,3)$ vara punkter i rummet $\mathbb{R}^3$.
   (a) Bestäm arean av den parallellogram som utspänns av vektorerna $\overrightarrow{PQ}$ och $\overrightarrow{PR}$.
   (b) Bestäm tetraederns $OPQR$ volym (O är origo).

3. Enligt försäljningsdata beror en butiks årliga försäljning på antalet försäljare enligt följande:

Försäljarnas antal	5	6	7	8	9	10
Årlig försäljning (M€)	2,3	3,2	4,1	5,0	6,1	7,2

   (a) Framställ datan som en punktmängd i (x, y)-koordinatsystemet, var x-axeln står för försäljarnas antal och y-axeln för den årliga försäljningen.
   (b) Anpassa en linje till punktmängden genom att använda minsta kvadratsummans metod.
   (c) Uppskatta den årliga försäljning som skulle uppnås med 14 försäljare.

4. Diagonalisera ortogonalt den symmetriska matrisen
$$A = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix},$$
dvs. bestäm den matris P, som ortogonalt digonaliserar matrisen A, och beräkna P^TAP.

Svara på kursförfrågan

`http://mathstat.helsinki.fi/kurssit/kysely/index.sv.html`

genast efter tenten!

HELSINGIN YLIOPISTO
HELSINGFORS UNIVERSITET
UNIVERSITY OF HELSINKI

Institutionen för matematik och statistik
Lineäralgebra och matrisräkning II
Slutförhör 24.10.2006

1. Låt $\mathbf{x}_1 = \frac{1}{2}[1\ \ 1\ \ 1\ \ -1]^T, \mathbf{x}_2 = \frac{1}{6}[1\ \ 1\ \ 3\ \ 5]^T \in \mathbb{R}^4$.
   (a) Visa att följden $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ är ortonormal.
   (b) Utöka följden $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ till en ortonormal bas för rummet $\mathbb{R}^4$ genom att söka en ortonormal bas för noll-rummet till matrisen
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}.$$

2. Låt $L\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$,
$$L(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ x_2 + x_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3.$$
   (a) Visa att L är en lineär avbildning.
   (b) Bestäm $\mathrm{Im}(L)$.
   (c) Bestäm $\mathrm{Ker}(L)$.

3. Anpassa en polynomfunktion $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ av andra graden till punktmängden

x	0	1	2	3
y	3	2	4	4

med hjälp av minsta kvadratsummans metod.

4. Rita kurvan $3x^2 + 2xy + 3y^2 - 8 = 0$, då $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2$.

5. Låt $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d} \in \mathbb{R}^3$. Visa att
$$(\mathbf{a} + \mathbf{d}) \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) + \mathbf{d} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}).$$

HELSINGIN YLIOPISTO
HELSINGFORS UNIVERSITET
UNIVERSITY OF HELSINKI

Institutionen för matematik och statistik
Lineär algebra och matrisräkning II
Kursförhör 13.12.2006

1. Låt $P = (1, -1, 1)$, $Q = (2, 3, -1)$, $R = (0, 4, 1)$ och $S = (-1, 0, 2)$. Bestäm tetraederns $PQRS$ volym.

2. I följande tabell antalet studeranden y som avbryter en viss kurs i matematik efter tiden t (i veckor) av de studeranden som anmält sig till kursen.

t veckor	0	1	3	6
y antalet som avbryter	2	3	7	12

   (a) Anpassa en linje till punktmängden genom att använda minsta kvadratsummans metod.
   (b) Kursen pågår 13 veckor. Förutspå antalet studerande som avbryter kursen.

3. Låt $A\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ vara den lineära avbildningen
$$A\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 \end{bmatrix}$$
och
$$\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{och} \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$
Bestäm matrisen $M(A; S' \leftarrow S)$ till lineär avbildningen A med avseende på baserna $S = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2)$ och $S' = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3)$.

4. Diagonalisera ortogonalt den symmetriska matrisen
$$A = \begin{bmatrix} 16 & -4 \\ -4 & 1 \end{bmatrix},$$
dvs. bestäm den matris P, som ortogonalt diagonaliserar matrisen A, och beräkna $P^T AP$.

Svara på kursförfrågan

`http://mathstat.helsinki.fi/kurssit/kysely/index.sv.html`

genast efter tenten!