Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Laskettavuuden teoria

Loppukoe 3.4.2008/Huuskonen

1. Osoita, että predikaatti "x on parillinen tai kuudella jaollisen luvun seuraaja" on primitiivirekursiivinen. Kaikkia kurssimateriaaliin sisältyviä lauseita saa pitää tunnettuina.

2. Mitkä seuraavista predikaateista ovat ratkeavia, mitkä osittain ratkeavia? Lyhyet perustelut.

   (a) "$W_x = \{x\}$",

   (b) "x on alkuluku",

   (c) "$W_x \cap E_x = \emptyset$",

   (d) "$x \in E_x$".

3. Osoita, että luova joukko ei voi olla yksinkertainen.

4. Osoita, että ohjelmassa suoritettujen hyppykäskyjen lukumäärä on vaativuusmitta.

5. Olkoon $\Phi : \mathcal{F}_1 \to \mathcal{F}_1$ seuraava operaattori:

$$\Phi(f)(n) = f(n + 2008).$$

   Osoita, että f on rekursiivinen.

Matematiikan laitos
Laskettavuuden teoria

Erilliskoe 11.6.2009/Huuskonen

1. Olkoon $f(x, y)$ primitiivirekursiivinen funktio, ja olkoon

$$g(x) = \begin{cases} 1, & \text{kun } f(x, x) = 0, \\ 0, & \text{muuten.} \end{cases}$$

Osoita määritelmien nojalla, että g on primitiivirekursiivinen.

2. Mitkä seuraavista predikaateista ovat ratkeavia, mitkä osittain ratkeavia? Lyhyet perustelut.

   a) "$W_x \neq \emptyset$",

   b) "ζ-funktion ensimmäiset x epätriviaalia nollakohtaa toteuttavat Riemannin hypoteesin",

   c) "$W_x \cap E_x = \emptyset$",

   d) "$x \in E_x$".

3. Osoita, että on olemassa yksinkertainen joukko.

4. Osoita, että on olemassa sellainen indeksi e, että $W_e = \mathbb{N} \setminus \{e\}$ ja $E_e = \{e\}$.

5. Olkoon $f(x, \bar{z})$ totaali laskettava funktio. Osoita, että on olemassa sellainen totaali laskettava $n(\bar{z})$, että $\varphi_{f(n(\bar{z}), \bar{z})} = \varphi_{n(\bar{z})}$ kaikille $\bar{z}$.