



1. Anta att bland födselar är
 - sannolikheten att få en flicka $\frac{1}{2}$,
 - könet hos identiska tvillingar alltid det samma,
 - könet hos icke-identiska tvillingar en oberoende händelse,
 - identiska tvillingar har sannolikheten $\frac{1}{4}$ bland alla tvillingpar.
 - a) Beräkna sannolikheten att båda barnen är flickor vid en tvillingfödelse.
 - b) Vid en tvillingfödelse visar det sig att båda barnen är flickor. Vilken är sannolikheten att tvillingarna är identiska?

2. En viss matematikkurs omfattar 24 föreläsningar under en termin (2 föreläsningar per vecka under 12 veckors tid). I kursen deltar 20 studeranden, varav 16 är kvinnor och 4 är män. Varje studerande deltar i alla föreläsningar.
 - a) I början av varje föreläsning väljs på måfå en studerande, som skriver ned anteckningarna för denna föreläsning. Låt X vara den slumpvariabel som beskriver antalet manliga studeranden som väljs under terminen. Vilken är fördelningen av X ? Bestäm $P(X \geq 2)$.
 - b) I slutet av terminen väljer man bland dessa studeranden på måfå en arbetsgrupp som består av fyra personer för att granska och samla de anteckningar som gjorts under kursens lopp. Låt Y vara den slumpvariabel som beskriver antalet kvinnliga studeranden som väljs till arbetsgruppen. Vilken är fördelningen av Y ? Bestäm sannolikheten att arbetsgruppen innehåller lika många kvinnliga som manliga studeranden.

3. Antalet studeranden som kommer till viss kurs i statistik följer en Poisson-fördelning med väntevärdet 50. Föreläsningssalen har 60 sittplatser. Beräkna med hjälp av en normalapproximation sannolikheten för att över 60 personer kommer till kursen, så att föreläsningssalen måste bytas till en större sal. *Kom ihåg:* om $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$, så är $EX = D^2X = \lambda$.

Svara på *endast en* av uppgifterna 4A och 4B. Om du returnerar ett papper med svar på båda uppgifter utan att välja vilken skall beaktas, så beaktas den som har lägre poäng.

4A. Låt A vara en händelse i sannolikhetsrummet (Ω, \mathcal{F}, P) . Undersök om det är möjligt att A är oberoende av sig själv, dvs. att $A \perp A$.

4B. Definera en funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ genom

$$f(x, y) = \begin{cases} 3x, & 0 < x < y < 1, \\ 0, & \text{annars.} \end{cases}$$

Visa att f är täthetsfunktionen för en kontinuerlig sannolikhetsfördelning. Antag att f är täthetsfunktionen för det kontinuerligt fördelade stokastiska variabelparet (X, Y) . Bestäm marginaltäthetsfunktionen f_X till X samt beräkna EX och D^2X .

Svara på kursförfrågan

<http://mathstat.helsinki.fi/kurssit/kysely/index.sv.html>

genast efter tenten!



1. En börs innehåller 65 mynt, av vilka ett mynt har en krona på båda sidorna. De övriga mynten är normala, med en krona på den ena sidan och en klave på den andra sidan. Från börsen väljer man på måfå ett mynt med vilket man börjar singla slant. Om resultatet är en krona för vart och ett av de sex första kasten, vilken är sannolikheten att man har råkat välja det mynt som har en krona på myntets båda sidor?
2. Anta att tiden T som krävs för att reparera en bil utgör en slumpvariabel som är exponentiellt fördelad (med en timme som enhet). Bilverkstaden vet av lång erfarenhet att den tid som behövs för att repera en bil i medeltal är 2 timmar. Du kan alltså anta att $ET = 2$. En viss morgon levererar herr K sin bil för reparation, och reparationsarbetet inleds kl 8.
 - (a) Beräkna sannolikheten att bilen redan är reparerad, och den är klar för avhämtning, då herr K ringer till verkstaden kl 12.
 - (b) Då herr K ringer till verkstaden kl 12 får han höra att man inte ännu lyckats reparera bilen. Givet detta villkor beräkna sannolikheten att reparationen av bilen inte ännu är slutförd då arbetsdagen tar slut kl 16.
3. En tärning kastas 420 gånger. Beräkna med hjälp av en normalapproximation ett närmevärde för sannolikheten att summan av tärningens poängtal ligger mellan 1400 och 1550.
4. (a) Bestäm konstanten $c \in \mathbb{R}$ så att funktionen $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} c|x|, & -2 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{annars,} \end{cases}$$

- definierar en frekvensfunktion.
- (b) Låt X vara en slumpvariabel vars frekvensfunktion är f . Bestäm fördelningsfunktionen F till X .
 - (c) Beräkna $P(X^2 > 2)$.

Taulukko 1. Standardinormaalijakauman kertymäfunktion Φ arvoja, $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$.

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.500000	.503989	.507978	.511966	.515953	.519938	.523922	.527903	.531881	.535856
0.1	.539828	.543795	.547758	.551717	.555670	.559618	.563560	.567495	.571424	.575345
0.2	.579260	.583166	.587064	.590954	.594835	.598706	.602568	.606420	.610261	.614092
0.3	.617911	.621720	.625616	.629300	.633072	.636831	.640576	.644309	.648027	.651732
0.4	.655422	.659097	.662757	.666402	.670031	.673645	.677242	.680822	.684386	.687933
0.5	.691462	.694974	.698468	.702944	.705402	.708840	.712260	.715661	.719043	.722405
0.6	.725747	.729069	.732371	.735653	.738914	.742154	.745373	.748571	.751748	.754903
0.7	.758036	.761148	.764238	.767305	.770350	.773373	.776373	.779350	.782305	.785236
0.8	.788145	.791030	.793892	.796731	.799546	.802338	.805106	.807850	.810570	.813267
0.9	.815940	.818589	.821214	.823814	.826391	.828944	.831472	.833977	.836457	.838913
1.0	.841345	.843752	.846136	.848495	.850830	.853141	.855428	.857690	.859929	.862143
1.1	.864334	.866500	.868643	.870762	.872857	.874928	.876976	.879000	.881000	.882977
1.2	.884930	.886861	.888768	.890651	.892512	.894350	.896165	.897958	.899727	.901475
1.3	.903200	.904902	.906582	.908241	.909877	.911492	.913085	.914656	.916207	.917736
1.4	.919243	.920730	.922196	.923642	.925066	.926471	.927855	.929219	.930563	.931889
1.5	.933193	.934478	.935744	.936992	.938220	.939429	.940620	.941792	.942947	.944083
1.6	.945201	.946301	.947384	.948449	.949497	.950528	.951543	.952540	.953521	.954486
1.7	.955434	.956367	.957284	.958185	.959070	.959941	.960796	.961636	.962462	.963273
1.8	.964070	.964852	.965620	.966375	.967116	.967843	.968557	.969258	.969946	.970621
1.9	.971283	.971933	.972571	.973197	.973810	.974412	.975002	.975581	.976148	.976704
2.0	.977250	.977784	.978308	.978822	.979325	.979818	.980301	.980774	.981237	.981691
2.1	.982136	.982571	.982997	.983414	.983823	.984222	.984614	.984997	.985371	.985738
2.2	.986097	.986447	.986791	.987126	.987454	.987776	.988089	.988396	.988696	.988989
2.3	.989276	.989556	.989830	.990097	.990358	.990613	.990862	.991106	.991344	.991576
2.4	.991802	.992024	.992240	.992451	.992656	.992857	.993053	.993244	.993431	.993613
2.5	.993790	.993963	.994132	.994297	.994457	.994614	.994766	.994915	.995060	.995201
2.6	.995339	.995473	.995604	.995731	.995855	.995975	.996093	.996207	.996319	.996427
2.7	.996533	.996636	.996736	.996833	.996928	.997020	.997110	.997197	.997282	.997365
2.8	.997445	.997523	.997599	.997673	.997744	.997814	.997882	.997948	.998012	.998074
2.9	.998134	.998193	.998250	.998305	.998359	.998411	.998462	.998511	.998559	.998605
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
3.0	.998650	.999032	.999313	.999517	.999663	.999767	.999841	.999892	.999928	.999952