

Institutionen för matematik och statistik

Inledning till diskret matematik

24.10.2006

Skriv ditt namn och socialskyddssignum eller studennummer på varje svarpapper.

1. Använd Venn diagramm för att motivera mängdekvationen

$$(A \cup B \cup C) \setminus (A \cap B \cap C) = (A \setminus B) \cup (B \setminus C) \cup (C \setminus A).$$

2. Vi definierar funktionen $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q}$ genom att sätta

$$f((n, k)) = \frac{n}{k^2 + 1} \quad \text{för varje } (n, k) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}.$$

Är f en (a) injektion? (b) surjektion? (c) bijektion? Motivera ditt svar!

3. Vi definierar talföljden $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ rekursivt genom att sätta $a_0 = 1$ och $a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$ för varje $n \in \mathbb{N}$. Använd induktion för att visa att

$$a_n < 2$$

för varje $n \in \mathbb{N}$.

4. På hur många olika sätt kan man omordna bokstäverna i ordet PERMUTAATIO, när man kräver, att alla konsonanter inte är bredvid varandra i det ord som bildas?

[Till exempel OIPERTTMUAA duger, men UEPRTMTOAAI duger inte.]

[Tips: Subtrahera antalet av de olika ord, som har fem konsonanter bredvid varandra från antalet av alla olika ord.]

5. Är följande två grafer isomorfa med varandra? Motivera ditt svar!

