Final exam - loppukoe

Independence friendly logic

20.12.2005

1. Prove $\models \forall x_0 \exists x_1 (=(x_0, x_1) \wedge x_1 = fx_0)$.
2. Prove $\exists x_n(\phi \vee \psi) \Rightarrow (\exists x_n \phi \vee \exists x_n \psi)$.
3. Let $L = \{R\}$, $\#(R) = 1$. Find an L-structure $\mathcal{M}$ which demonstrates that the following property of a team X with domain $\{0, 1, 2\}$ is non-first order:

   $\exists x_0 (Rx_0 \wedge =(x_1, x_0) \wedge \neg x_0 = x_2)$
4. Write down a sentence of DF which is true in a finite structure $\mathcal{M}$ if and only if the unary predicate P contains in $\mathcal{M}$ at least half of the elements of M.
5. Suppose $\mathcal{M}$ is the binary structure $(\{0, 1, 2\}, R)$, where R is

   $$\{(0,0), (0,1), (1,0), (1,2), (2,1), (2,2)\}.$$

   Show that player **II** has a uniform winning strategy in $H(\phi)$ in $\mathcal{M}$ if ϕ is

   $$\forall x_0 \exists x_1 (\neg R x_0 x_1 \wedge \forall x_2 \exists x_3 (=(x_2, x_3) \wedge \neg R x_2 x_3)).$$

Johan Wallén
Independence friendly logic
26.1.2006

1. Osoita, että jos $\models \phi \to \psi$, niin $\phi \Rightarrow \psi$.
2. Onko kaava $(=(x_0, x_1) \wedge =(x_1, x_0))$ loogisesti ekvivalentti ensimmäisen kertaluvun logiikan kaavan kanssa? Anna perustelu!
3. Verkko on 3-väritettävä jos sen solmujen joukko voidaan jakaa kolmeen erilliseen osaan siten, että kaikkien verkon reunojen päätepisteet ovat eri osissa. Anna logiikan DF lause joka on tosi verkossa jos ja vain verkko on 3-väritettävä.
4. Anna "perfect information"-pelin $G(\phi)$ yksityiskohtainen määritelmä.
5. Osoita, että jos pelaajalla II on voittostrategia pelissä $G(\phi)$ mallilla $\mathcal{M}$, niin $\mathcal{M} \models \phi$.