

Analyysin peruskurssi

21.10.2008

1. Määää seuraavat raja-arvot:

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\sin(x^2))}{x \sin x}$

b. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

2. Mitä reaalilukujen joukon täydellisyys tarkoittaa? Olkoot A ja B rajoitettuja joukkoja, joille $\sup A = 1$ ja $\sup B = 2$. Mitä voidaan sanoa luvusta $\sup A \cup B$?
3. Funktio f on kahdesti differentioituva ja $f''(x) < 0$ kaikilla x . Osoita, että funktion f kuvaaja leikkaa funktion e^x kuvaajan korkeintaan kahdessa pisteessä.
4. Funktio Si (sini-integraalifunktio) määritellään asettamalla $Si(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$. Määritelmässä oletetaan, että funktio $\frac{\sin t}{t}$ saa arvon 1, kun $t = 0$. Missä pisteessä funktio Si saa maksimiarvonsa?

Grundkurs i analys

21.10.2008

1. Bestäm följande gränsvärden:

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\sin(x^2))}{x \sin x}$

b. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

2. Vad betyder fullständigheten av mängden av reella tal? Låt A och B vara begränsade mängder med $\sup A = 1$ och $\sup B = 2$. Vad kan man säga om talet $\sup A \cup B$?
3. Funktionen f är två gånger deriverbar och $f''(x) < 0$ för varje x . Bevisa att grafen av funktionen f skär grafen av funktionen e^x i högst två punkter.
4. Funktionen Si (sinus integral funktionen) definieras med formeln $Si(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$. I definitionen antas att funktionen $\frac{\sin t}{t}$ får värdet 1 när $t = 0$. I vilken punkt antar funktionen Si sitt maximum?