

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Geometrisen mittateoria
Loppukoe
6.3.2007

1. Esitä ilman todistuksia Rademacherin lause sekä area- ja koareakaavat Lipschitz-kuvauksille.
2. Määrittele suoristuva joukko. Todista, että jos $F \subset \mathbb{R}^2$ on kompakti, niin $\{x \in \mathbb{R}^2 : \text{dist}(x, F) = 1\}$ on 1-suoristuva.
3. Määrittele approksimatiivinen tangenttitaso. Todista, että jos $A \subset B \subset \mathbb{R}^n$ ovat Borelin joukkoja siten, että $\mathcal{H}^m(B) < \infty$, niin \mathcal{H}^m melkein kaikissa pisteissä $x \in A$, A :n approksimatiivinen tangentti- m -taso, jos se on olemassa, on myös B :n approksimatiivinen tangentti- m -taso.
4. Määrittele äärellisperimetrinen joukko ja sen redusoitu reuna. Esitä redusoidun reunan rakennetta koskevat perustulokset ilman todistuksia.
5. Esitä ilman todistusta virtojen deformaatiolause. Miten isoperimetrinen epäyhtälö voidaan todistaa sen avulla virroille?