

1. (a) Selitä, mitä tarkoitetaan epästandardin analyysin siirtoperiaatteella. (Kuvaile perusasetelma yleisesti ja mainitse itse periaate.)

(b) Mainitse Lösin lause ilman todistusta ja johda siitä siirtoperiaate superstruktuuritilanteessa.

2. (a) Määrittele käsitteet "enlargement" ja "konkurrentti relaatio".

(b) Esitä ja todista lause, joka antaa konkurrentteja relaatioita koskevan ehdon, joka on yhtäpitävä sen kanssa, että  $V(*X)$  on  $V(X)$ :n enlargement.

3. Todista de Bruijnin ja Erdösien lause, jonka mukaan ääretön graafi on  $k$ -värittyvä, mikäli sen jokainen äärellinen aligraafi on  $k$ -värittyvä.

4. (a) Mitä tarkoitetaan internaalisella entiteetillä?

(b) Esitä ja todista Keislerin internaalisen määrittelyn periaate.

(c) Todista: Jos  $A$  ja  $B$  ovat internaalisia, niin myös  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$  ja  $A \times B$  ovat internaalisia.

5. (a) Selitä Loebin mitan konstruktio pääpiirteittäin (kuvaillen perusasetelma ja esittäen tarvittavat aputulokset ilman todistuksia).

(b) Todista: Jos  $B$  on Loeb-mitallinen  $\mu$ :n suhteen, niin Loebin mitalle  $\mu_L$  pätee

$$\mu_L(B) = \inf \{ \mu_L(A) \mid B \subset A \in \mathcal{A} \}.$$

(Selitä (a):ssa erityisesti (b):ssä esiintyvistä  $\mathcal{A}$ :sta ja joukkofunktiosta  $\mu : \mathcal{A} \rightarrow *[0, \infty]$  tehtävät oletukset.)