

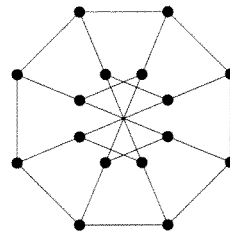
1. Olkoon X joukon $[2n] = \{1, 2, \dots, 2n\}$ osajoukko ja $|X| > n$. Näytä, että joukossa X on kaksi lukua, joista toinen on toisella jaollinen.

[Vihje: jokainen luonnollinen luku voidaan esittää muodossa $k \cdot 2^r$, missä k on pariton.]

2. Rasiassa on kuusi punaista, neljä sinistä ja kaksi keltaista palloa. Oletamme, että samanväriset pallot eivät eroitu toisistaan. Monellako eri tavalla rasiasta voidaan valita viisi palloa, kun
- valintajärjestys huomioidaan?
 - valintajärjestystä ei oteta huomioon?

3. Osoita Hallin lauseen avulla, että äärellisen joukon X relaatio R sisältää injektion $X \rightarrow X$, mikäli jokaiselle $A \subset X$ pätee, että $|A| \leq |R^{-1}(A)|$.

4. Seuraavassa esitetään kolme verkkoja koskevaa väitettä. Perustelee lyhyesti kussakin tapauksessa, päteekö väite vai ei vieressä kuvatulle verkolle.



- Jos verkon kukin piste värjätään joko siniseksi, punaiseksi, tai keltaiseksi, niin jotkut kaksi vierekkäistä pistettä saavat saman värin.
 - Verkossa on Hamiltonin kierros.
 - Verkolla on kaksi virittävää puuta, joilla ei ole yhteisiä viivoja.
5. Osoita, että jokainen puu on kaksijakoinen verkko (eli verkko, jonka pisteiden joukko on kahden riippumattoman joukon yhdiste).