

## Differentialekvationer II

Tentamen 12.12.2006

1. Visa, att  $\left\{ \begin{pmatrix} 1+t \\ 1+t \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2e^t \\ e^t \end{pmatrix} \right\}$  är ett fundamentalsystem till differentialekvationen

$$\dot{x}(t) = \frac{1}{1+t} \begin{pmatrix} 1+2t & -2t \\ t & 1-t \end{pmatrix} x(t).$$

2. Bestäm alla lösningar till differentialekvationssystemet

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 2x - 2z, \\ \dot{y} &= -x + 2y + z, \\ \dot{z} &= x - z. \end{aligned}$$

3. Visa, att origo är ett jämviktsläge till differentialekvationssystemet

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -5x + 4y + x^2y, \\ \dot{y} &= -2x + y + xy^2. \end{aligned}$$

Är origo stabil?

4. Bestäm den skalära ekvationens

$$\dot{x} = x(\theta - (x-1)^2)$$

jämviktslägen och undersök dessas stabilitet för olika värden på parametern  $\theta \in \mathbf{R}$ . Rita ett bifurkationsdiagram.