

Analyysin peruskurssi

2. Kurssikoe, luennoitsija: Seppälä

15.12.2008

Laskinten ja taulukoiden käyttö on kielletty.

1. Määää seuraavat raja-arvot:
 - a. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$
 - b. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$
2. Osoita, että yhtälöllä $\cos x = 2x$ on täsmälleen yksi ratkaisu.
3. Määää käyrän $y^2 - x^2 + x^4 = 0$ rajaaman alueen pinta-ala.
4. Missä funktio $f(x) = \int_0^x \sin^2 t \, dt$ on kasvava?

English translation:

1. Determine the following limits:
 - a. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$
 - b. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$
2. Show that the equation $\cos x = 2x$ has precisely one solution.
3. Determine the area of the domain bounded by the curve $y^2 - x^2 + x^4 = 0$.
4. Where the function $f(x) = \int_0^x \sin^2 t \, dt$ is increasing?

Analyysin peruskurssi

2. kurssikoe, luennoitsija: Seppälä

16.12.2008

Laskinten ja taulukoiden käyttö on kielletty. Tenttiaika on kaksi tuntia. Tenttijän vastuulla on palauttaa tentti tenttiajan kuluessa.

1. Olkoon $a > 0$ ja $f(x) = x^2 - a$. Newtonin iteraatiota voidaan käyttää luvun a neliöjuuren laskemiseksi approksimoimalla yhtälön $f(x) = 0$ ratkaisua iteroimalla. Määrä Newtonin iterointifunktio F tälle funktiolle f .
2. Funktiolle f pätee $f''(x) > 0$ kaikille x . Osoita, että mielivaltainen suora leikkaa funktion kuvaajan korkeintaan kahdessa pisteessä.

3. Osoita, että

$$3x > \int_0^x e^{\sin t} dt$$

kun $x > 0$.

4. Käyrän $y^2 - x^2 + x^4 = 0$ rajaama alue pyörähtää x -akselin ympäri. Määrä syntyneen pyörähdyskappaleen tilavuus.

English translation:

1. Let $a > 0$ and $f(x) = x^2 - a$. Newton's Iteration can be applied to approximate a square root of the number a by approximating a solution of the equation $f(x) = 0$ by iteration. Determine the Newton Iteration Function F for this function f .
2. Function f satisfies $f''(x) > 0$ for all x . Show that any line intersects the graph of the function f at most at two points.

3. Show that

$$3x > \int_0^x e^{\sin t} dt$$

for $x > 0$.

4. The domain bounded by the curve $y^2 - x^2 + x^4 = 0$ rotates about the x -axis. Determine the volume of the solid of revolution thus formed.