

Analyysin peruskurssi

1. Kurssikoe

20.10.2008

1. Määää seuraavat raja-arvot:

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\sin(x^2))}{x \sin x}$

b. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

2. Mitä reaalityöjien joukon täydellisyys tarkoittaa? Olkoot A ja B rajoitettuja joukkoja, joille $\sup A = 1$ ja $\sup B = 2$. Mitä voidaan sanoa luvusta $\sup A \cup B$?

3. Osoita, että kaikille luvuille x, y ja w pätee $|x - y| \leq |x - w| + |w - y|$.

4. Osoita, että yhtälöllä $\sqrt{x^2 + \sin x} = x + 2 \cos x$ on ratkaisu. Perustele vastauksesi.

English translation:

1. Determine the limits

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\sin(x^2))}{x \sin x}$

b. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

2. What is meant by the completeness of the set of real numbers? Let A and B be bounded sets with $\sup A = 1$ and $\sup B = 2$. What can be said about the number $\sup A \cup B$?

3. Show that for all numbers x, y and w : $|x - y| \leq |x - w| + |w - y|$.

4. Show that the equation $\sqrt{x^2 + \sin x} = x + 2 \cos x$ has a solution. Justify your answer.