

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS
Analyysi II
Kurssikoe 7. 5. 2007

!!!MUISTA VASTATA KURSSIKYSELYYN!!!

Tehtävät ovat aiheen mukaisessa järjestyksessä.

1. Suppeneeko sarja

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4 + k^2}?$$

2. Tarkastellaan funktioita $f_n : [1, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$, missä

$$f_n(x) = \sqrt{x + \frac{1}{n}}.$$

Osoita, että jono (f_n) suppenee tasaisesti välillä $[1, \infty[$.

3. Selvitä suppenemissäde potenssisarjalle

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^k}{k!} (x - 2007)^k.$$

4. (a) Muodosta funktiolle $f(x) = \sqrt{x}$ Taylorin polynomi $T_2(x; 1)$.
(b) Selvitä (a)-kohdan tuloksen avulla raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt{x} - (x + 1)}{(x - 1)^2}.$$

!!!MUISTA VASTATA KURSSIKYSELYYN!!!

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS
Analyysi II
Kurssikoe 15. 5. 2007

HUOM: TÄMÄ ON KURSSIKOE EIKÄ KELPAA LOPPUKOKKEEKSI.
LASKUAIKAA 2 TUNTIA.

!!!MUISTA VASTATA KURSSIKYSELYYN!!!

Tehtävät ovat aiheen mukaisessa järjestyksessä.

1. Suppeneeko sarja

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k - \ln k} ?$$

2. Tarkastellaan funktioita $f_n : [1, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$, missä

$$f_n(x) = \sqrt{x - \frac{1}{n}}.$$

Osoita, että jono (f_n) suppenee tasaisesti välillä $[1, \infty[$.

3. Selvitä suppenemissäde potenssisarjalle

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2007^k}{k!} (x - 2007)^k.$$

4. (a) Muodosta funktiolle $f(x) = \sqrt{x}$ Taylorin polynomi $T_2(x; 4)$.
(b) Selvitä (a)-kohdan tuloksen avulla raja-arvo

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4\sqrt{x} - (x + 4)}{(x - 4)^2}.$$

!!!MUISTA VASTATA KURSSIKYSELYYN!!!