

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi II

1. Kurssikoe

28. 2. 2008

1. Laske

$$\int_0^1 x^2 \sin\left(\frac{\pi x^3}{4}\right) dx.$$

2. Tee TOINEN seuraavista.

(a) Laske

$$\int_1^e \sin(\ln x) dx.$$

(b) Tarkastellaan funktiota $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, jolle pätee $f(x) = 0$ kun $x \neq 1$ ja $f(1) = 3$. Anna esimerkki välin $[0, 1]$ jaosta D , jolla pätee $S_D - s_D < 2^{-100}$. Perustelu!

3. Suppeneeko vai hajaantuuko

$$\int_1^\infty \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx?$$

4. Määritellään funktio $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ehdolla

$$f(x) = \sin(x^2)$$

Onko f tasaisesti jatkuva kaikkien reaalilukujen joukossa?

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi II

1. Kurssikoe ("korvaava koe")

4. 3. 2008

1. Laske

$$\int_0^{\pi/3} e^{\sin^2 x} \sin x \cos x \, dx.$$

2. Tee TOINEN seuraavista.

(a) Laske

$$\int_0^{\pi/2} x^2 \sin x \, dx.$$

(b) Tarkastellaan funktiota $f : [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}$, jolle pätee $f(x) = x^2 \sin x$ kun $0 \leq x \leq \pi/2$. Anna esimerkki välin $[0, \frac{\pi}{2}]$ jaosta D , jolla pätee $S_D - s_D < 2^{-100}$. Perustelu!

3. Suppeneeko vai hajaantuuko

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{x+1}{x^2+2x}} \, dx?$$

4. Määritellään funktio $f :]1, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ ehdolla $f(x) = \sin(\frac{1}{x})$. Onko f tasaisesti jatkuva joukossa $]1, \infty[$?

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS
Analyysi II

1. kurssikoe 26.2.2009

1. Laske

$$\int_0^{\sqrt[3]{\pi/3}} x^2 \cos(x^3) dx.$$

2. Laske

$$\int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx.$$

3. Osoita, että epäoleellinen integraali

$$\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{2x-1} dx$$

hajaantuu.

4. (a) (2 pist.) Selitä Riemannin ehto. (Sitä ei täydy todistaa.)

(b) (4 pist.) Määritellään funktio $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ehdoilla $f(0) = 0$ ja $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ kun $x \neq 0$. Osoita (esimerkiksi Riemannin ehdon avulla), että funktio f on (Riemann-)integroituva välillä $[0, 1]$.

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS
Analyysi II

1. kurssikoe 3.3. 2009

HUOM: Nämä ovat kurssikoetehtävät. Siksi

- tämä tehtäväsarja ei kelpaa koko kurssin suorittamiseen erillistentillä ("loppukokeella")

- laskuaikaa on vain kaksi tuntia (tarkemmin: koetilaisuuden kaksi ensimmäistä tuntia.)

1. Laske

$$\int_0^1 e^x e^{e^x} e^{e^{e^x}} dx.$$

2. Laske

$$\int_0^1 x e^x dx.$$

3. Suppeneeko

$$\int_1^\infty \frac{2x}{3x^3 + 5} dx?$$

4. Onko yhtälöllä $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$ määritelty funktio tasaisesti jatkuva välillä $]0, 1]$?