

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi I

2. Kurssikoe

19. 12. 2007

MUISTA VASTATA KURSSIKYSELYYN

1. Selvitä kurssin lauseiden avulla

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{(x+2)(x+3)}{x^2} + \frac{x^2}{(x+2)(x+3)} \right).$$

2. Osoita funktion raja-arvon ja derivaatan määritelmien avulla, että $f'(1) = -4$, jos kaikilla $x > \frac{1}{2}$ pätee

$$f(x) = \frac{x+2}{x-2}.$$

3. Osoita, että niiden arvojen joukossa, joita

$$e^{|x|} \cos x$$

saa reaaliluujujen joukossa on suurin. (Tehtävässä saa käyttää kaikkia kosinin ja eksponenttifunktion tuttuja ominaisuuksia.)

4. Osoita että kaikilla $x \in [0, 1]$ pätee

$$e^{x^2} \leq 1 + 2ex.$$

Vihje: väliarvolause.

MUISTA VASTATA KURSSIKYSELYYN

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi I

2. Kurssikoe

11. 12. 2008

Kaikkia trigonometrinen funktioiden ja eksponenttifunktion tuttuja ominaisuuksia saa käyttää tehtävissä 3 ja 4.

1. Selvitä kurssin lauseiden avulla

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+1)(x-1)}{(2x+1)(2x-1)}.$$

2. Osoita funktion raja-arvon ja derivaatan määritelmien avulla, että $f'(2) = \frac{1}{9}$, jos kaikilla $x > 0$ pätee

$$f(x) = \frac{x}{x+1}.$$

3. Pitääkö kaikilla $x > 0$ paikkansa epäyhtälö $e^x > 1 + \sin x$? Todista väitteesi!

4. Osoita, että on olemassa $x > 0$, jolle

$$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}e^x\right)}{x^2+1} = \frac{1}{10^{100}}.$$

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi I

2. Kurssikoe ("korvaava koe")

16. 12. 2008

Laskuaikaa klo 12 - 14.

Kaikkia trigonometristen funktioiden ja eksponenttifunktion tuttuja ominaisuuksia saa käyttää tehtävissä 3 ja 4.

1. Selvitä kurssin lauseiden avulla

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+2)(x-2)}{(3x+1)(3x-1)}.$$

2. Osoita funktion raja-arvon ja derivaatan määritelmien avulla, että $f'(1) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$, jos kaikilla $x > 0$ pätee

$$f(x) = \sqrt{x+1}.$$

3. Osoita, että on olemassa x , jolle $\cos x = e^x - 1$.

4. Osoita, että kaikilla $x > 0$ pätee $\sinh x > \sin x$. (Muista, että $\sinh x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$, $\cosh x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$ ja $D \sinh x = \cosh x$.)