

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi I

1. Kurssikoe

16. 10. 2008

1. Selvitä

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)(3n+4)}{(5n+6)(7n+8)}.$$

Perustelu! Tehtävässä saa käyttää kurssin lauseita sekä tietoja vakiojonon ja jonon $(\frac{1}{n})$ raja-arvoista.

2. Osoita lukujonon raja-arvon määritelmän avulla, että

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n+1}{n+7} = 7.$$

3. Osoita funktion raja-arvon määritelmän avulla, että

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x+1} = \sqrt{3}.$$

Ratkaisussa ei saa vedota neliöjuurifunktion jatkuvuuteen.

4. Suppeneeko vai hajaantuuko lukujono, joka määritellään ehdoilla $x_1 = 1$ ja

$$x_{n+1} = x_n + \frac{1}{2^{(n^2)}}$$

kun $n = 1, 2, 3, \dots$ Perustelu!

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Analyysi I

1. Kurssikoe

21. 10. 2008

Huomaa: nämä ovat kurssikoetehtävät. Aikaa laitostentin alusta 2 tuntia.

1. Selvitä

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(n^3+2008)}{(n^3+1)(3n+2008)}.$$

Perustelu! Tehtävässä saa käyttää kurssin lauseita sekä tietoja vakiojonon ja jonon $(\frac{1}{n})$ raja-arvoista.

2. Osoita lukujonon raja-arvon määritelmän avulla, että

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+1}{n^2} = 1.$$

3. Osoita funktion raja-arvon määritelmän avulla, että

$$\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x^2+1} = \sqrt{2}.$$

Ratkaisussa ei saa vedota neliöjuurifunktion jatkuvuuteen.

4. Oletetaan, että jono (x_n) on nouseva ja että jono (y_n) suppenee. Oletetaan lisäksi, että kaikilla n pätee $x_n \leq y_n$. Osoita, että jono (x_n) suppenee.