

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Differential- och integralkalkyl I.2

Sluttent

24. 5. 2005

Uppgifterna är ordnade enligt tema.

1. Vi undersöker en begränsad funktions $f : [-1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ Riemann-integrerbarhet, då det för alla $x \in [-1, 3]$ gäller att $f(x) = |x - 1|$. Ge ett exempel på en delning D , för vilken differensen mellan över- och undersumman $S_D - s_D$ är mindre än 2^{-10} .

2. Beräkna

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} dx.$$

3. Konvergerar serien

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k \ln k}?$$

Tips: Det lönar sig att använda en integral som hjälp.

4. Vi undersöker funktioner $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, var $f_n(x) = \frac{x^3}{n}$. Konvergerar följderna punktvis? Är konvergensen likformig?

5. Bestäm gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin x) - \sin x}{x^3}.$$

Använd ett lämpligt Taylorpolynom av funktionen $\sin t$ i punkten $t = 0$.