INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK
Analys II, 2008
2. kursprovet

KOM IHÅG ATT BESVARA KURSUTVÄRDERINGEN

Uppgifterna är ordnade enligt tema.

1. Konvergerar eller divergerar

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{3k^2+5}?$$

2. Vi betraktar funktionerna $f_n :]0,1[\to \mathbb{R}$, som är definierade genom

$$f_n(x) = \frac{1}{nx},$$

var $n = 1, 2, 3, \ldots$ Konvergerar följden (f_n) punktvis? Konvergerar den likformigt?

3. Bestäm seriens

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{k+1}{k}\right)^{k^2} (x-7)^k$$

konvergensradie och konvergensintervall.

4. Beräkna

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{\sin x} - \sin x - 1}{\sin^2 x}$$

genom att använda ett lämpligt Taylorpolynom för e^t, där $x_0 = 0$.

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK
Analys II

2:a kursförhöret 4.5.2009

Uppgifterna är ordnade ämnesvis. Motivera dina svar.

1 Konvergerar

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{5k}{3k^2 - 2}?$$

2 Konvergerar funktionsföljden $f_1, f_2, \ldots$ likformigt i hela den reella talmängden om vi för varje n har

$$f_n(x) = \frac{1}{n} \sin(x^n)?$$

3 Vi antar att potensserien $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ har konvergensradien 7. Vi antar att $|b_k| < |a_k|$ för varje k och att serien $\sum_{k=0}^{\infty} b_k x^k$ har konvergensradien R. Visa att $R \geq 7$.

4 (a) Bilda Taylorpolynomet $\mathrm{T}_2(x; \frac{\pi}{4})$ för $f(x) = \sin x + \cos x$.

(b) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{(4x - \pi)^2}{\sin x + \cos x - \sqrt{2}}$$

med hjälp av (a)-delen.