

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys II

Kursprov 1

28. 2. 2008

1. Beräkna

$$\int_0^1 x^2 \sin\left(\frac{\pi x^3}{4}\right) dx.$$

2. Välj EN av följande uppgifter

(a) Beräkna

$$\int_1^e \sin(\ln x) dx.$$

(b) Vi undersöker funktionen $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, för vilken gäller att $f(x) = 0$ när $x \neq 1$ och $f(1) = 3$. Ge ett exempel på en delning D av intervallet $[0, 1]$ för vilken det gäller att $S_D - s_D < 2^{-100}$. Motivera!

3. Konvergerar eller divergerar

$$\int_1^\infty \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx?$$

4. Vi definierar en funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ genom

$$f(x) = \sin(x^2)$$

Är f likformigt kontinuerlig i mängden av alla reella tal?

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys II

1:a kursförhöret 26.2.2009

1. Beräkna

$$\int_0^{\sqrt[3]{\pi/3}} x^2 \cos(x^3) dx.$$

2. Beräkna

$$\int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx.$$

3. Visa att den oegentliga integralen

$$\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{2x-1} dx$$

divergerar.

4. (a) (2 poäng) Förklara Riemanns villkor. (Du behöver inte bevisa det.)

(b) (4 poäng) Vi definierar funktionen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ med villkoren $f(0) = 0$ och $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ när $x \neq 0$. Visa (till exempel med hjälp av Riemanns villkor) att funktionen f är (Riemann-)integrerbar över intervallet $[0, 1]$.