

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I

Kugrsförhör 2

13.12.2007

Glöm inte kursutvärderingen på nätet!

1. Bestäm

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{(x+1)(x-1)}{2x} + \frac{2x}{(x+1)(x-1)} \right)$$

med hjälp av kursens satser.

2. Visa med hjälp av definitionerna av gränsvärde och derivata att  $f'(1) = -3$ , om det för alla  $x > \frac{1}{2}$  gäller att

$$f(x) = \frac{x+1}{2x-1}.$$

3. Visa att bland de värden som

$$e^{-x^2} \sin x$$

får i mängden av reella tal, finns ett största. (Alla bekanta egenskaper hos sinus och exponentialfunktionen får användas i uppgiften.)

4. Visa att det för alla  $x > 0$  gäller att

$$\frac{\sin^2 x}{x} \leq 2.$$

(Påståendet är ekvivalent med olikheten

$$\sin^2 x \leq 2x.$$

Du kan givetvis undersöka vilken som helst av formuleringarna.) Tips: medelvärdessatsen.

INSTITUTIONEN FÖR MATEMATIK OCH STATISTIK

Analys I 2. kursprovet

11. 12. 2008

Alla bekanta egenskaper hos de trigonometriska funktionerna och exponentialfunktionen får användas i uppgift 3 och 4.

1. Beräkna med hjälp av satserna i kursen

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+1)(x-1)}{(2x+1)(2x-1)}.$$

2. Visa med hjälp av definitionen av gränsvärde för en funktion och definitionen av derivata att  $f'(2) = \frac{1}{9}$ , om det för varje  $x > 0$  gäller att

$$f(x) = \frac{x}{x+1}.$$

3. Gäller olikheten  $e^x > 1 + \sin x$  för alla  $x > 0$ ? Bevisa ditt påstående!

4. Visa att det existerar ett sådant  $x > 0$  att

$$\frac{\sin(\frac{\pi}{2}e^x)}{x^2 + 1} = \frac{1}{10^{100}}.$$