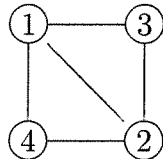


Arvostelussa otetaan huomioon neljä parhaiten käsiteltyä tehtävää.

1. Esitä ja todista viiden lemma.
2. Olkoon  $X$  topologinen avaruus,  $V$  pisteen  $x_0 \in X$  avoin ympäristö ja  $i : (V, V \setminus \{x_0\}) \rightarrow (X, X \setminus \{x_0\})$  inklusio.
  - a) Osoita: Jos  $\{x_0\}$  on suljettu  $X$ :ssä, niin  $i_* : H_n(V, V \setminus \{x_0\}) \rightarrow H_n(X, X \setminus \{x_0\})$  on isomorfismi kaikilla  $n \in \mathbb{N}$ .
  - b) Anna esimerkki tilanteesta, jossa  $i_*$  ei ole isomorfismi jollakin  $n \in \mathbb{N}$ .
3. Laske projektiivisen tason  $\mathbb{R}P^2$  homologiaryhmät.
4. Alla oleva kaavio pyrkii esittämään erästä yksiulotteista järjestettyä simpleksistä kompleksia  $K$ , jonka kärkiä merkitään symboleilla 1, 2, 3 ja 4. Muodosta simpleksinen ketjukompleksi  $\hat{C}(K)$  ja laske sen homologiaryhmät.



5. Olkoon  $X$  kutistuva topologinen avaruus. Todista, että perusryhmä  $\pi_1(X, x_0)$  on triviaali jokaisella kantapisteen  $x_0 \in X$  valinnalla. (Todista myös mahdollisesti tarvitsemasi aputulokset.)