JAKAUMIA	PTNF / TF $f_X(x)$	$\mathbb{E}X$	$\operatorname{var} X$	$M(t)$
$X \sim \mathrm{Bin}(n,p)$	$\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$	np	$np(1-p)$	$(pe^t + 1 - p)^n$
$X \sim \mathrm{Bernoulli}(p)$	$(\Leftrightarrow) X \sim \mathrm{Bin}(1,p)$			
$X \sim \mathrm{Geom}(p)$	$p(1-p)^x, \; x = 0,1,\dots$	$\frac{1-p}{p}$	$\frac{1-p}{p^2}$	$p\cdot(1-(1-p)e^t)^{-1}, \; t < \ln(\frac{1}{1-p})$
$X \sim \mathrm{Poi}(\theta), \; \theta > 0$	$e^{-\theta} \frac{\theta^x}{x!}, \; -\text{"}-$	θ	θ	$\exp(\theta(e^t - 1))$
$X \sim U(a,b)$	$\frac{1}{b-a} 1\!\!1\{a < x < b\}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	
$X \sim \mathrm{Exp}(\lambda), \; \lambda > 0$	$\lambda e^{-\lambda x} 1\!\!1\{x > 0\}$	$1/\lambda$	$1/\lambda^2$	$\lambda/(\lambda - t), \; t < \lambda$
$X \sim N(\mu, \sigma^2)$	$(2\pi\sigma^2)^{-1/2} \exp(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2})$	μ	σ^2	$\exp(\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2)$

TN:N OMINAISUUKSIA

- $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$
- $A \subset B \Rightarrow \mathbb{P}(A) \le \mathbb{P}(B)$
- $\mathbb{P}(A^c) = 1 - \mathbb{P}(A)$

EHD. TN. (KERTOLASKUSÄÄNTÖ $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B \mid A)$ $\xrightarrow{\text{Yl.}}$ USEAMMALLE

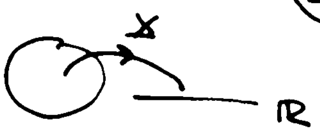
$\boxed{A \perp\!\!\!\perp B}$ RIIPPUMATTOMUUS "=" $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$

EHD. $-$"$-$ $\mathbb{P}(A \cap B \mid C) = \mathbb{P}(A \mid C)\mathbb{P}(B \mid C) \Leftrightarrow (A \perp\!\!\!\perp B) \mid C$

KOK. TN: $\mathbb{P}(A) = \sum_i \mathbb{P}(B_i)\mathbb{P}(A \mid B_i)$, $\{B_i\}$ perusjoukon Ω ositus

BAYESIN KAAVA: $\mathbb{P}(B_i \mid A) = \frac{\mathbb{P}(B_i)\mathbb{P}(A \mid B_i)}{\mathbb{P}(A)}$

SAT. MUUTTUJA



JAKAUMA $\mathbb{P}(X \in A)$, $A \subset \mathbb{R}$

MÄÄRÄÄ ↑ ↓ MÄÄRÄÄ KOM

KF: $\mathbb{P}(X \le x) = F_X(x)$

- F kasvava
- F oik. jva
- $F(-\infty) = 0, \; F(+\infty) = 1$

$\rightarrow$ KF

$\mathbb{P}(X < a) = F(a-)$

$\mathbb{P}(X = x) = F(x) - F(x-)$

DISKR. SM. (ARVOJOUKKO ÄÄRELLINEN TAI NUM. ÄÄRETÖN)

JAKAUMA $\longleftrightarrow$ PTNF $f_X(x) = \mathbb{P}(X = x)$ $\xrightarrow{\text{JA}}$ $\mathbb{P}(X \in B) = \sum_{x \in B} f_X(x)$

$\rightarrow 0 \le f_X(x) \le 1$, $\rightarrow \sum f_X(x) = 1$

JATKUVA JAK. $\Leftrightarrow$ $\mathbb{P}(a \le X \le b) = \int_a^b f_X(x)dx$

TF

↓ KF ↑ JATKUVA JA

$\xrightarrow{\text{INT.}}$ KF $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(u)du \xrightarrow{\text{DER.}} f_X(x)$

- F jva
- F jatkuvasti derivoituva, poislukien äärell. monessa pist.

$\exists!$ $f = F'$ (lähes kaik.)

OMIN. $\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x)dx = 1, \quad f_X(x) \geq 0$

MUUNNOS X disk., $Y = g(X)$ ⇒ Y disk., PTNF
f_X PTNF $\qquad f_Y(y) = \sum_x f_X(x) 1\{g(x) = y\}$

X jva, 1) KF TEKNIIKKA ⇒ F_Y ⇒ f_Y (jos jva ja KF)
2) DIFFEOMORFISMI (MUISTIS. $f_Y(y)|dy|$
$= f_X(x)|dx|$)
TAI $f_Y(y) = f_X(h(y)) \cdot |h'(y)| 1\{y \in B\}$, kun $g: A \to B$ diffeom. ja $y = g(x)$ ⇔ $h(y) = x$

KVANTIILIFUNKTIO: $q(u) = F^{-1}(u)$ (MEDIAANI, $\frac{1}{2}$-kvantiili)
kun KF F on aid. pos välillä (a,b) ja nolla muualla

YHT. JAKAUMA $X = (X, Y)$ s.v. $\mathbb{P}((X,Y) \in A)$
↕ YKF $F_{X,Y}(x,y) = \mathbb{P}(X \leq x, Y \leq y)$

REUNAJAK. $F_X(x) = F_{X,Y}(x, \infty)$
$F_Y(y) = F_{X,Y}(\infty, y)$

DISKR. YHT. JAK. $\mathbb{P}(X = x, Y = y) = f_{X,Y}(x,y)$ YPTNF ↗ ja $\mathbb{P}((X,Y) \in B) = \sum_{(x,y) \in B} f_{X,Y}(x,y)$
⇒ REUNAJAK. DISKR.

MONIULOTT. YPTNF $f_{\underset{\sim}{X}}(\underset{\sim}{x}) = \mathbb{P}(\underset{\sim}{X} = \underset{\sim}{x})$
$= \mathbb{P}(X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n)$

RIIPP. | $X \perp\!\!\!\perp Y$ (⇔) $\mathbb{P}(X \in A, Y \in B) = \mathbb{P}(X \in A)\mathbb{P}(Y \in B)$ $\xrightarrow{\perp\!\!\!\perp}$ YKF TULOSÄÄNTÖ YPTNF → FAKT. REUNAKF TULONA, FAKT. REUNAPTNF –"–
· $X \perp\!\!\!\perp Y$ ⇒ $g(X) \perp\!\!\!\perp h(Y)$

ODOTUSARVO
$$\mathbb{E}X = \begin{cases} \sum_x x f(x) & \text{kun } X \text{ disk. ja kunhan supp. itseisesti} \\ \int x f(x) dx & X \text{ jva } \quad \text{–"–} \end{cases}$$

· $\mathbb{E}X \geq 0$ kun $X \geq 0$
· $X \geq 0$, $\mathbb{E}X = 0$ ⇒ $X = 0$ tn:llä 1
· $X \leq Y$ ⇒ $\mathbb{E}X \leq \mathbb{E}Y$
· $\mathbb{E}a = a$, $\mathbb{E}$ lin.

| $\mathbb{E}XY = \mathbb{E}X\mathbb{E}Y$ jos $X \perp\!\!\!\perp Y$
| $|\mathbb{E}X| \leq \mathbb{E}|X|$

TTL
$$\mathbb{E}g(X) = \begin{cases} \sum g(x) f(x) & X \text{ disk. kunhan suppenee itseisesti} \\ \int g(x) f(x) dx & X \text{ jva} \end{cases}$$

VARIANSSI, KOVARIANSSI
· $\mathrm{var}\, X = \mathrm{cov}(X,X) \geq 0$
· $\mathrm{cov}(X,Y) = \mathbb{E}(X - \mathbb{E}X)(Y - \mathbb{E}Y) = \mathbb{E}(XY) - \mathbb{E}X\mathbb{E}Y$
· $\mathrm{var}(aX + b) = a^2 \mathrm{var}\, X$
· $X \perp\!\!\!\perp Y$, ⇒ $\mathrm{var}(X+Y) = \mathrm{var}\, X + \mathrm{var}\, Y$
· cov bilineaarinen. ⇒ $\mathrm{var}(X+Y) = \mathrm{var}\, X + \mathrm{var}\, Y + 2\mathrm{cov}(X,Y)$

MOM.EMäFUNKTIO
$M(t) = \mathbb{E}e^{Xt}$, määrää jak. jos olemassa 0:n ympäristössä
kum.EMäFU
$K(t) = \ln M(t)$

· $(D^k M)(0) = \mathbb{E}X^k$
· $M(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\mathbb{E}X^k}{k!} t^k$

· $X \perp\!\!\!\perp Y$ ⇒ $M_{X+Y}(t) = M_X(t) M_Y(t)$
· $M_{aX+b} = e^{bt} M_X(at)$