

**HY / Matematiikan ja tilastotieteen laitos**  
**Todennäköisyytlaskenta II, syksy 2016**  
**Harjoitus 1**

**Tehtäväsarja I**

*Tehtävä 1 on "klassikko".*

1. Tässä tehtävässä tapahtumat  $A$  ja  $B$  eivät välttämättä ole erillisiä.  
Todista a-, b-kohdan kaavat käyttämällä tn-mitan (äärellistä) additiivisuutta, eli kaavaa (1.2). Kyseessä olevien tapahtumien erillisyyden voit tarkistaa joko Vennin diagrammien avulla tai muulla tavalla.
  - (a)  $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B \setminus A)$ ,
  - (b)  $\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(A \cap B) + \mathbb{P}(B \setminus A)$ .
  - (c) Tarkista, että ns. yhteenlaskukaava  $\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(A \cup B) + \mathbb{P}(A \cap B)$  on voimassa.
2. Olkoon  $\mathbb{P}(A) = 0.5$ ,  $\mathbb{P}(B) = 0.2$  ja  $\mathbb{P}(A \cap B) = 0.1$ . Laske seuraavien tapahtumien todennäköisyydet, a)  $B^c$ , b)  $A \cup B$ , c)  $A \cap B^c$ , d)  $A^c \cap B^c$ .
3. Noppaa heitetään viisi kertaa. Laske todennäköisyys, että saadaan vähintään yksi ykkönen tai yksi kuutonen (Vihje: tapahtuman komplementin todennäköisyys on nyt helppo järkeillä)
4. Noppaa heitetään kerran. Tämän jälkeen lanttia heitetään viisi kertaa, mikäli nopan silmäluku on viisi, mutta muussa tapauksessa lanttia heitetään kahdesti. Laske todennäköisyys, että tässä kokeessa lantinheitoissa ei saada yhtään kruunaa. (Vihje: kokonaistodennäköisyys.)
5. Kaksi yritystä A ja B toimivat saman tuotteen valmistajina. Yritys A valmistaa 80 % tuotteista ja yritys B loput. Yrityksen A valmistamista tuotteista 2 % on viallisia ja yrityksen B valmistamista 5 % on viallisia. Asiakaan ostama tuote on viallinen. Millä todennäköisyydellä tuotteen valmisti yritys B?
6. Esillä on kolme samanlaista laatikkoa, joista ensimmäisessä on yksi musta ja yksi valkoinen pallo ja toisessa kaksi mustaa ja yksi valkoinen pallo. Kolmannen laatikon kaikki kolme palloa ovat mustia. Laatikoista valitaan umpimähkään yksi, ja valitusta laatikosta nostetaan umpimähkään yksi pallo. Millä todennäköisyydellä nostettu pallo on valkoinen?