

# Modaalilogiikka

## Erilliskoe (4h) 10.12.2015

Taneli Huuskonen

1. Mitkä seuraavista kaavoista ovat  $K$ -valideja, mitkä eivät? Perusteluja ei tarvita.

(a)  $\Box(p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow (\Box p_1 \rightarrow \Box p_2)$

(b)  $\Diamond(p_1 \rightarrow p_2) \rightarrow (\Diamond p_1 \rightarrow \Diamond p_2)$

(c)  $\Box p_1 \vee \Diamond \neg p_1$

(d)  $\Diamond p_1 \vee \Box \neg p_1$

(e)  $\Box(p_1 \rightarrow (p_1 \vee p_2))$

(f)  $\Diamond(p_1 \rightarrow (p_1 \vee p_2))$

2. Esitä kaava  $A$ , joka on validi kehyksessä  $F = \langle W, R \rangle$ , jos ja vain jos relaatio  $R$  on symmetrinen. Todista vastauksesi oikeaksi.

3. Todista formaalin päättelyn avulla, että jokainen refleksiivinen euklidinen kehys on transitiivinen. Vastaukseen tulee sisältyä myös lyhyt sanallinen perustelu. Voit käyttää kaikkia kurssilla esitettyjä päätte-lysäntöjä ja pitää tunnettuna kehyksen ominaisuuksien ja kaavojen välisiä yhteyksiä. Muunlaisesta todistuksesta väitteelle saa irtopisteitä.

4. Osoita, että ei ole olemassa kaavaa, joka on validi kehyksessä  $F = \langle W, R \rangle$ , jos ja vain jos  $R$  on irrefleksiivinen. Voit pitää tunnettuna kaikkia kurssilla esitettyjä yleisiä väitteitä bisimulaatioista.

5. Kumpi seuraavista kaavoista on intuitionistisesti validi?

(i)  $(p_1 \rightarrow \neg p_1) \rightarrow \neg p_1$

(ii)  $(\neg p_1 \rightarrow p_1) \rightarrow p_1$

Perusteluksi riittää osoittaa, että valitsemasi kaava on intuitionistisesti validi **tai** että toinen kaava ei ole. Voit pitää intuitionistisen logiikan eheys- ja täydellisyyslausetta tunnettuna, jos haluat.