

Matemaattisten tieteiden kandiohjelma /
MTL

Todennäköisyyslaskenta IIa

Kurssikoe 27.10.2017 (kesto 2h 30 min)

Sallitut apuvälineet: kirjoitusvälineet, laskin sekä käsinkirjoitettu, A4-kokoinen lunttilappu. Ei taulukkokirjaa

1. Kuusisivuista noppaa heitetään seitsemän kertaa. Olkoon X niiden heittojen lukumäärä, joilla saadaan silmäluku 1 tai 2. Olkoon A tapahtuma ”ei saada yhtään viitosta”.

- (a) Laske $\mathbb{P}(X = 3)$ sekä ilmoita satunnaismuuttujan X odotusarvo.
- (b) Laske ehdollinen todennäköisyys $\mathbb{P}(X = 3 \mid A)$. Ovatko tapahtumat $\{X = 3\}$ ja A riippumattomat?

2. Oletetaan, että $Y \sim U(0, 1)$ ja määritellään $X = Y^4$.

- (a) Määrää satunnaismuuttujan X kertymäfunktio F_X
- (b) Määrää satunnaismuuttujan X tiheysfunktio f_X
- (c) Laske lisäksi odotusarvo $\mathbb{E}X$ ja varianssi $\text{var } X$.

3. Satunnaismuuttuja X noudattaa tasajakaumaa välillä $(0, 2)$. Satunnaismuuttuja Y noudattaa normaalijakaumaa $Y \sim N(-2, 4)$. Satunnaismuuttujat X ja Y ovat riippumattomia.

- (a) Laske $\mathbb{E}(2X + 4Y)$
- (b) Laske $\text{var}(X - 2Y + 8)$
- (c) Laske $\text{cov}(3X, XY)$

4. (a) Satunnaismuuttujan X momenttiemäfunktio on

$$M(t) = \frac{1}{3}e^{-t} + \frac{1}{6}e^t + \frac{1}{2}e^{2t}$$

Määrää $\mathbb{E}X$ ja $\text{var } X$.

(b) Oletetaan, että $W \sim \text{Bernoulli}(\frac{3}{4})$. Laske satunnaismuuttujan $6-2W$ momenttiemäfunktio.