

Matematiikan ja tilastotieteen laitos

Todennäköisyyslaskenta II

1. kurssikoe 28.10.2016 (kesto 2h 30 min)

Sallitut apuvälineet: kirjoitusvälineet, laskin sekä käsinkirjoitettu, A4-kokoinen lunttilappu. Ei taulukkokirjaa

1. Kuusisivuista noppaa heitetään, kunnes saadaan silmäluku 5 tai 6. Olkoon X niiden heittojen lukumäärä, joilla tuli 1, 2, 3 tai 4.
 - (a) Ilmoita satunnaismuuttujan X jakauma sekä kerro sen odotusarvo.
 - (b) Millä todennäköisyydellä $X = 3$ ehdolla, että ensimmäisellä heitolla saadaan 2?
2. Oletetaan, että $Y \sim U(0, 1)$ ja määritellään $X = \sqrt{Y + 1}$. Määrää satunnaismuuttujan X kertymäfunktio F_X sekä satunnaismuuttujan X tiheysfunktio f_X . Perustele lyhyesti, miksi X on jatkuvasti jakautunut. Laske lisäksi odotusarvo $\mathbb{E}X$.
3. Satunnaismuuttuja X noudattaa tasajakaumaa välillä $(1, 5)$. Satunnaismuuttuja $Y \sim N(2, 3)$ on normaalijakautunut. Satunnaismuuttujat X ja Y ovat riippumattomia.
 - (a) Laske $\mathbb{E}(2X - 4Y + 7)$
 - (b) Laske $\text{var}(2X - Y)$
 - (c) Laske $\text{cov}(X + 3Y, 2XY)$
4. (a) Satunnaismuuttujan X momenttiemäfunktio on
$$M(t) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}e^t + \frac{1}{2}e^{3t}$$
Määrää $\mathbb{E}X$ ja $\text{var} X$.
 - (b) Olkoon $X \sim \text{Bernoulli}(\frac{2}{3})$ ja $Y \sim \text{Bernoulli}(\frac{1}{2})$ riippumattomia. Laske satunnaismuuttujan $X + 3Y$ momenttiemäfunktio.